

**Ein Beitrag zur Verbesserung der
Messung akustisch evozierter
Potentiale variabler Latenz
im Elektroenzephalogramm
des Menschen**

von

Gerhard H. Steeger

Erlangen, 1979

1979 # 304



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41546222_0004

Ein Beitrag zur Verbesserung der Messung akustisch evozierter Potentiale variabler Latenz im Elektroenzephalogramm des Menschen

Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen-Nürnberg
zur Erlangung des Grades
Doktor - Ingenieur

vorgelegt von
Gerhard H. Steeger

Erlangen, 1979



Als Dissertation genehmigt von der Technischen Fakultät
der Universität Erlangen-Nürnberg.

Tag der Einreichung: 27. März 1979

Tag der Promotion : 17. Juli 1979

Dekan: Prof.Dr.-Ing. D. Seitzer

Berichterstatter: Prof.Dr.-Ing. O. Herrmann
(Fachgruppe NICS der Techn. Hogeschool
Twente, Enschede, Niederlande)

Prof.Dr.phil.nat. H. Schlitt
(Lehrstuhl für Regelungstechnik der
Universität Erlangen-Nürnberg)

Prof.Dr.-Ing. M. Spreng
(Institut für Physiologie und Bio-
kybernetik der Universität Erlangen-
Nürnberg)

Herrn Prof.Dr.-Ing. O. Herrmann danke ich für die interessante Aufgabenstellung, für viele hilfreiche Anregungen und Diskussionen und für seine Hilfe bei der Abfassung der Niederschrift.

Herrn Prof.Dr.-Ing.H.W. Schüsler gebührt mein Dank für die Schaffung idealer Arbeitsbedingungen an seinem Institut und für wertvolle Anregungen und Diskussionen.

Herrn Prof.Dr. phil.nat.H. Schlitt danke ich für sein großes Interesse an der Arbeit.

Herrn Prof.Dr.-Ing. M. Spreng habe ich nicht nur für hilfreiche Anregungen und eine intensive Beratung in allen physiologischen Fragen, sondern auch für viele mir zur Verfügung gestellte EEG-Daten zu danken.

Eine Reihe von EEG-Datensätzen wurde mir auch von Herrn Dr.med. G. Kobal zur Verfügung gestellt, dem ich hier ebenfalls danken möchte.

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
ZUSAMMENFASSUNG	VI
VERZEICHNIS DER WICHTIGSTEN ABKÜRZUNGEN UND FORMELZEICHEN	VIII
1. EINLEITUNG	1
2. STATISTISCHE VERFAHREN ZUR MESSUNG EVOZIERTER POTENTIALE	6
2.1 Signalrestaurationsverfahren	6
2.1.1 Die Mittelung reizsynchroner EEG- Abschnitte ("averaging")	7
2.1.2 Die Optimalfilterung evozierter Potentiale	12
2.2 Parameterextraktionsverfahren	15
2.2.1 Die Korrelationsanalyse evozierter Potentiale	16
2.3 Detektionsverfahren	22
2.3.1 Detektion evozierter Potentiale mit Korrelationsanalyse und Entscheider	23
3. AUFGABENSTELLUNG	24
4. THEORETISCHE HERLEITUNG EINES VERFAHRENS ZUR SCHÄTZUNG DER ZEITVERSCHIEBUNG EVOZIERTER POTENTIALE	27
4.1 Der "maximum-likelihood-detector" - ein System zur Parameterextraktion bei Signalen unbekann- ter Ankunftszeit	28

	Seite
4.2 Berechnung des Detektorschwellwerts	39
4.3 Berechnung der Detektionswahrscheinlichkeit	42
4.4 Berechnung der Streuung des Ankunftszeit- schätzwerts	45
4.5 Berechnung von Autokorrelationsfunktionen und Differentialquotienten von Zeitfunktionen	48
4.6 Anwendung auf zeitdiskrete Signale und Systeme	49
4.7 Spezialisierung auf zeitdiskretes weißes Rauschen	53
5. ERZEUGUNG VON TESTSIGNALEN FÜR DEN "MAXIMUM- LIKELIHOOD-DETECTOR" UND UNTERSUCHUNG IHRER EIGENSCHAFTEN	56
5.1 Rauschmodelle	57
5.1.1 Modelle für zeitdiskretes weißes Rauschen	57
5.1.2 Modelle für farbiges Rauschen mit einer an EEGs angepaßten Spektralverteilung ("künstliche EEGs")	60
5.1.3 Berechnung der Eigenschaften "künst- licher EEGs"	66
5.2 Ein Modell für evozierte Potentiale	84
6. REALISIERUNG DES "MAXIMUM-LIKELIHOOD-DETECTORS"	87
6.1 Frequenzbereichsentwurf	91
6.1.1 Rekursive Realisierung	91
6.1.2 Nichtrekursive Realisierung	93
6.2 Zeitbereichsentwurf	94
6.2.1 Rekursive Realisierung	94

	Seite
6.2.2 Nichtrekursive Realisierung	95
6.2.3 Vektorraum-Darstellung des Approximationsproblems	95
6.2.4 Entwurf durch ausschnittweise Lösung des Systems von Bedingungsgleichungen	98
6.2.5 Minimum-Fehlerquadrat-Entwurf	101
6.2.6 Optimierung der Länge der Suchfilter-Impulsantwort	108
6.2.7 Optimierung der Grundverzögerung des Suchfilters	111
6.2.8 Sicherstellung der Lösbarkeit des Approximationsproblems	113
6.2.9 Ergebnisse von Rechenaufwands- und Approximationsfehler-Berechnungen	116
6.2.10 Zusammenfassung des vorgeschlagenen Entwurfsverfahrens und der Ergebnisse der Fehlerberechnungen	123
7. VERARBEITUNG VON TESTSIGNALEN MIT DEM "MAXIMUM- LIKELIHOOD-DETECTOR"	125
7.1 Durchführung der Fehlalarmhäufigkeits-Messung	126
7.2 Durchführung der Detektionshäufigkeits-Messung	129
7.3 Durchführung der Messung der Streuung des Zeitverschiebungs-Schätzwerts	131
7.4 Verarbeitung von im weißen Rauschen verborgenen künstlichen evozierten Potentialen	132
7.5 Verarbeitung von im "künstlichen EEG" ver- borgenen künstlichen evozierten Potentialen	135

7.6 Verarbeitung von im natürlichen EEG ver- borgenen künstlichen evozierten Potentialen	145
7.7 Zusammenfassung der Testergebnisse	154
8. ENTWICKLUNG EINES PRAKTISCHEN ZUVERLÄSSIGKEITS- TESTS FÜR DIE KORRELATIONSANALYSE EVOZierter POTENTIALE	155
8.1 Gewinnung eines Anfangs-Schätzwerts für das S/R-Verhältnis der evozierten Potentiale	158
8.2 Messung und Vergleich der Empfänger-Arbeits- charakteristiken	160
8.3 Ergebnisdarstellung beim Zuverlässigkeitstest	163
9. ANWENDUNG DES ZUVERLÄSSIGKEITSTESTS AUF AKUSTISCH EVOZIERTE POTENTIALE IM EEG DES MENSCHEN	164
9.1 Veränderungen und Ergänzungen am Meßsystem	164
9.2 Verwendete EEG-Datensätze	166
9.3 Einige typische Einzelergebnisse	169
9.4 Zusammenfassung der Ergebnisse	176
10. SCHLUSSBEMERKUNG	178
ANHANG	
11. ABLEITUNG, VORVERARBEITUNG UND SPEICHERUNG VON EEG-DATEN	180
11.1 Ableitung, Verstärkung, Filterung und Abtastung von EEGs	180

	Seite
11.2 Vorverarbeitung zeitdiskreter EEG-Daten	182
11.3 Speicherung von Test- und Originaldaten für die Verarbeitung mit dem MLD	185
LITERATURVERZEICHNIS	188

Z U S A M M E N F A S S U N G

Die vorliegende Arbeit beginnt mit einem einführenden Überblick über statistische Verfahren zur Messung evozierter Potentiale im EEG.

Danach wird die von Woody /1-9/ erstmals vorgeschlagene Korrelationsanalyse evozierter Potentiale untersucht und weiterentwickelt. Dabei wird mit dem Begriff "Korrelationsanalyse" nur die Detektion der im EEG verborgenen evozierten Potentiale und die Schätzung ihrer Zeitverschiebung gegen ein Referenzsignal bezeichnet, während die ebenfalls von Woody vorgeschlagene Mittelung nach Kompensation dieser Zeitverschiebung hier "potentialsynchrone" Mittelung genannt wird.

Ausgehend von einem Vorschlag von Helstrom /2-1/ wird ein optimales System zur Detektion der evozierten Potentiale und zur Schätzung ihrer Zeitverschiebung (Parameterextraktion) hergeleitet. Es handelt sich um einen "maximum-likelihood-detector" (MLD), der an die Autokorrelationsfunktion der EEG-Hintergrundaktivität angepaßt werden kann.

Die Erzeugung verschiedener Arten von Testsignalen zur Untersuchung der Leistungsfähigkeit des MLD wird beschrieben. Die wichtigsten Eigenschaften dieser Testsignale werden angegeben.

Mit Hilfe einer Vektorraum-Darstellung werden die Realisierungsbedingungen für den MLD und das Verhalten des bei der Realisierung evtl. auftretenden Approximationsfehlers theoretisch untersucht. Ein Entwurfsverfahren für einen MLD, das bei geringem Rechenaufwand den Approximationsfehler dem absoluten Minimum gut annähert, wird vorgeschlagen. Dieses Verfahren wird mit anderen bekannten Methoden hinsichtlich des Rechenaufwandes und des Fehlerverhaltens verglichen.

Die bei der Verarbeitung der erzeugten Testsignale gewonnenen Ergebnisse werden dargestellt. Sie zeigen, daß theoretische und praktische Resultate gut übereinstimmen und daß durch die

Anpassung des MLD an die EEG-Hintergrundaktivität die Detektionshäufigkeit erhöht werden kann.

Es wird ein praktisches Zuverlässigkeits-Testverfahren für die Korrelationsanalyse evozierter Potentiale vorgeschlagen. Mit Hilfe dieses Verfahrens kann nach der Anwendung der Korrelationsanalyse auf eine bestimmte EEG-Registrierung abgeschätzt werden, wieviele der gewonnenen Zeitverschiebungsschätzwerte bis auf eine vorwählbare kleine Abweichung mit der wahren Zeitverschiebung der verborgenen evozierten Potentiale übereinstimmen.

Ergebnisse, die bei der Anwendung der Korrelationsanalyse und des Zuverlässigkeits-Testverfahrens auf 16 teilweise sehr unterschiedliche EEG-Registrierungen mit verborgenen akustisch evozierten Potentialen ermittelt wurden, werden mitgeteilt. Sie zeigen (in Übereinstimmung mit den Testergebnissen), daß der an die EEG-Hintergrundaktivität angepaßte MLD in vielen Fällen höhere Detektionshäufigkeiten liefert als ein MLD, welcher die Korrelationsanalyse in der von Woody /1-9/ vorgeschlagenen Form realisiert.

Die genannten Ergebnisse bestätigen jedoch teilweise die aus der Literatur (z.B. /1-10/, /1-11/) bekannten Zweifel an der Zuverlässigkeit der von der Korrelationsanalyse gelieferten Resultate: Bei schwellennahen Reizstärken muß demnach relativ häufig damit gerechnet werden, daß ein größerer Teil der Zeitverschiebungsschätzwerte erheblich von der wahren Zeitverschiebung der verborgenen evozierten Potentiale abweicht. Ist dies der Fall, dann liefert die "potentialsynchrone" Mittelung nicht nur keine besseren, sondern oftmals wesentlich schlechtere Ergebnisse als die reizsynchrone Mittelung. Solche Fälle können mit dem vorgeschlagenen Zuverlässigkeits-Testverfahren jedoch erheblich besser als bisher erkannt werden.

VERZEICHNIS DER WICHTIGSTEN ABKÜRZUNGEN UND FORMELZEICHEN

Allgemein verwendete Symbole

Mathematischer Ausdruck	Symbol
abgeschlossenes Intervall	eckige Klammern (z.B. $[0, T]$)
Differentiation nach t	$\frac{d}{dt}$ oder Punkt [z.B. $\dot{y}(t)$]
Differentiation nach τ	$\frac{d}{d\tau}$ oder Strich [z.B. $\varphi'(\tau)$]
Ensemblemittelwert	Überstreichung mit Wellenlinie (z.B. $\overline{\Delta\delta}$)
Faltung	Stern [z.B. $s(t) * h(t)$]
Indizierung	Tiefstellen (z.B. σ_{r1}) oder Hochstellen und Klammern (z.B. $\psi^{(N)}$) des Index
Matrix	unterstrichener Großbuchstabe (z.B. $\underline{R}$)
Schätzwert	Zirkumflex (z.B. $\hat{A}$)
Skalarprodukt zweier Vektoren	Klammerung, Trennung der Vektoren durch Komma [z.B. $(\varphi, \underline{h})$]
stochastischer Prozeß	geschweifte Klammern (z.B. $\{r(t)\}$)
Transponierung einer Matrix oder eines Vektors	hochgestelltes T (z.B. $\underline{\Phi}^T, \underline{\alpha}^T$)
Vektor	unterstrichener Kleinbuchstabe (z.B. $\underline{a}$)
Zeitmittelwert	Überstreichung [z.B. $\overline{y(t)}$]
Zufallsvariable	geschweifte Klammern (z.B. $\{\Delta\delta\}$)

Spezielle Abkürzungen und Formelzeichen

A, A_m	Konstante ("Amplitudenfaktor")
$A_{\min}$	Minimalwert von A ("least favourable distribution")
A_0	Detektorschwellwert
AKF	Autokorrelationsfunktion, Autokorrelationsfolge
$b(k), b(i)$	Erwartungswertverschiebungsfolge einer AKF-Schätzwertefolge bzw. eines diskreten Periodogramms
C.C.I.T.T.	International Telegraph und Telephone Consultative Committee

d	Signal-zu-Rausch-Verhältnis
$\text{DFT}\{x(k)\}_J$	Diskrete Fouriertransformation der Länge J von $x(k)$
$e(t), e(k)$	Modell des evozierten Potentials
$\bar{e}(t), \bar{e}(k)$	gemitteltes evoziertes Potential
$e_k(k)$	künstlich dem EEG zugemischtes Potential
$e_m(t), e_m(k)$	natürliches evoziertes Einzelpotential im EEG
$e_o(k)$	Modell des evozierten Potentials nach Abschn. 5.2
$\underline{e}_v$	v -ter Einheitsvektor einer Orthonormalbasis
E	Signalenergie
EEG	Elektroenzephalogramm
$\text{erf}(x)$	Fehlerfunktion ("error function")
$\exp(x)$	Exponentialfunktion
f	Frequenz
f_a	Abtastfrequenz
f_e	Eckfrequenz (3db-Grenze)
f_g	Grenzfrequenz
F	relativer Approximationsfehler
$\mathcal{F}\{x(t)\}$	Fourier-Transformierte von $x(t)$
FFT	schnelle Fourier-Transformation ("fast Fourier transform")
$G(i)$	Kurzschreibweise für $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$
G_o	spektrale Leistungsdichte des weißen Rauschens
$G_{rr}(z)$	Leistungsdichtespektrum von $\{r(k)\}$
$G_{rr}(\omega), G_{\text{EEG}}(\omega)$	" " $\{r(t)\}$ bzw. des EEGs
$\hat{G}_{rr}(i)$	diskretes Periodogramm von $\{r(k)\}$
$h(t), h(k)$	Impulsantwort eines Systems
$\underline{h}$	Vektordarstellung von $h(k)$
$h_o(k)$	optimale realisierbare Impulsantwort
$H(i)$	Diskrete Fouriertransformierte von $h(k)$

$H(j\omega)$	Fouriertransformierte von $h(t)$
$H_F(\Omega)$	Frequenzgang zeitdiskreter Formfilter
i	Index der diskreten Frequenzvariablen
j	imaginäre Einheit
J	Gesamtlänge einer Folge oder einer DFT
k	Zählindex zeitdiskreter Folgen
k_E	Median von $ s_o(k) $
k_o	Grundverzögerung diskreter Suchfilter
K	Gesamtlänge des Referenzsignals $s_o(k)$ bzw. $\hat{e}(k)$
KKF	Kreuzkorrelationsfunktion, Kreuzkorrelationsfolge
L	Stichprobenumfang bei diskreten AKF-Schätzwertefolgen
L_q	quadratische Form
m	Zählindex von Registrierungsabschnitten und evozierten Einzelpotentialen
m_d	Anzahl der Detektionsfälle
m_s	Anzahl der Detektionsfälle, die Gl. (8-1) erfüllen
M	Gesamtzahl der Abschnitte einer EEG-Registrierung
MLD	"maximum-likelihood-detector"
N	Gesamtanzahl, Länge diskreter Impulsantworten
$\mathbb{N}$	die Menge der natürlichen Zahlen
N_g	Abschätzung für die größte sinnvolle Filterlänge
$p_n(T)$	Wahrscheinlichkeit für n Ereignisse innerhalb T (bei Poissonverteilung)
$p_x(u)$	Verteilungsdichtefunktion von $\{x\}$
$p_{xy}(u,v)$	Verbundverteilungsdichte-Funktion von $\{x\}$ und $\{y\}$
$q(v)$	nichtnormierte Kreuzkorrelationsfolge von $\varphi(k)$ und $\psi(k)$
$q(t, \underline{\alpha})$	Hilfsgröße (zeitinvertierte Suchfilter-Impulsantwort)
Q_d	Detektionswahrscheinlichkeit
Q_o	Fehlalarmwahrscheinlichkeit

$r(t), r(k)$	Musterfunktion eines Rauschprozesses (allgemein)
$r_{\text{EEG}}(t)$	EEG-Hintergrundaktivität
$r_1(t), r_1(k), r_2(t), r_2(k)$	Rauschen (Index 1: Systemeingang, Index 2: Systemausgang)
R	Autokorrelationsmatrix mit den Elementen $\rho(v-\mu)$
s_{md}	Summe der Anzahl von Detektionsfällen
$s_o(t), s_o(k)$	Referenzsignal
s_{o2}	Filterkonstante [Maximum von $s_2(t)$]
$s_1(t), s_1(k), s_2(t), s_2(k)$	deterministisches Signal (Index 1: Systemeingang, Index 2: Systemaus- gang)
SPL	"sound pressure level" (Schalldruckpegel, bezogen auf $2 \cdot 10^{-4}$ μbar) /1-5/
S/R-Verh.	Signal-zu-Rausch-Verhältnis
t	Zeit
$t_{\text{reg}_m}, t_{\text{rz}_m}$	Beginn des m-ten Registrierungs- bzw. Reiztriggers
t_o	Grundverzögerung von Suchfiltern
T	Dauer des Beobachtungsintervalls
T_a	Abtastintervall
T_e, T_r	Dauer eines evozierten Potentials bzw. eines Re- gistrierungsabschnitts
U^N	Unterraum der Dimension N eines Vektorraums V^{N+v}
V	Entscheidung des Detektors
V^{n+v}	Vektorraum der Dimension $N+v$
$\text{Var}\{x\}$	Varianz von $\{x\}$
$W\{x y\}$	Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses x unter der Nebenbedingung y
$x(t)$	Zeitfunktion am Systemeingang
$x_m(t), x_m(k)$	Registrierungsabschnitt
$y(t)$	Zeitfunktion am Systemausgang
z	Frequenzvariable der Z-Transformation
z_{xy}	Rechenaufwand für den durch XY spezifizierten Algo- rithmus

$\mathbb{Z}$	die Menge der ganzen Zahlen
α_v	v-ter Parameter eines Signals
$\delta(t)$	Delta- (Dirac-) Funktion
$\Delta(t)$	Fehlersignal
$\Delta F, \Delta \hat{A}, \Delta \lambda, \Delta \psi_0$	Differenz von der Form: $\Delta u = \hat{u} - u_{\text{exakt}}$
ϵ	quadratischer Approximationsfehler
$\eta(A_0)$	Fehlalarmrate
$\hat{\delta}, \hat{\delta}_m$	Zeitverschiebung gegen Referenzsignal ("Ankunftszeit")
κ	Verschiebungsindex bei Korrelationsfolgen
$\hat{\kappa}_S$	Abschätzung für die maximale benutzte Korrelationslänge
λ, λ_m	diskrete Zeitverschiebung ("Ankunftszeit")
Λ	Grenzwert für größtes zulässiges Δ
$s(v-u)$	nichtnormierte Autokorrelationsfolge von $\varphi(t)$
σ_x	Streuung von $\{x\}$ (allgemein)
$\sigma_{\hat{\delta}}$	Streuung der Ankunftszeit-Schätzwerte $\{\hat{\delta}\}$ bzw. $\{\hat{\delta}_m\}$
$\sigma_{\varphi}(\kappa)$	Streuungsfolge von AKF-Schätzwertefolgen
τ	Zeitvariable (Verschiebung bei Korrelationen)
$\varphi(t, u)$	AKF (allgemein)
$\varphi(\kappa)$	Kurzschreibweise für $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}(\kappa)$
$\varphi_{xx}(\tau), \varphi_{xx}(\kappa)$	AKF von $x(\tau)$ bzw. $x(\kappa)$
$\varphi_{xy}(\tau), \varphi_{xy}(\kappa)$	Kreuzkorrelationsfunktion bzw. -folge von x und y
$\underline{\varphi}_v$	v-ter Spaltenvektor der Matrix $\underline{\Phi}$
$\underline{\hat{\varphi}}$	Systemmatrix des Bedingungsleichungssystems für Suchfilter
$\chi(t, u)$	Kern einer Integralgleichung
$\psi(k)$	Kurzschreibweise für $s_0(k_0 - k)$
$\underline{\psi}$	Vektordarstellung von $\psi(k)$
$\hat{\underline{\psi}}_0$	optimaler Annäherungsvektor
$\hat{v}(i)$	DFT $\{\hat{\psi}(k)\}$

ω Kreisfrequenz ($= 2\pi f$)

Ω normierte Kreisfrequenz ($= \omega T_a$)

1. E I N L E I T U N G

Im Jahr 1924 gelang es Berger erstmals, elektrische Spannungsschwankungen vom unverletzten Schädel des Menschen abzuleiten /1-1/. Die Aufzeichnung des zeitlichen Verlaufs dieser Spannungsschwankungen wurde von Berger "Elektroenzephalogramm (EEG)" genannt. Mit Hilfe dieser Registrierungen ist es seither möglich, Aussagen über die elektrische Aktivität des Gehirns auch ohne operativen Eingriff zu gewinnen. Deshalb erlangte das EEG in der medizinischen Forschung und Diagnostik schnell große Bedeutung.

Allerdings gibt das EEG die elektrische Funktionsweise des Gehirns nur sehr global und unspezifisch wieder, weil es durch die Überlagerung der Einzelzellaktivitäten einer sehr großen Zahl von Neuronen zustandekommt. Detaillierte Rückschlüsse auf den momentanen Erregungszustand einer begrenzten Neuronenpopulation (z.B. eines Projektionsfeldes der Großhirnrinde) sind daher in der Regel anhand des EEGs nicht unmittelbar möglich. Selbst wenn in einer ansonsten reizarmen Umgebung einer Person ein einzelner Umweltreiz angeboten wird, ist dessen Verarbeitung durch die zugeordnete Projektionsrinde in einer EEG-Registrierung meistens nicht erkennbar.

Es ist heute jedoch bekannt (z.B. /1-2/), daß die Verarbeitung eines aufgenommenen Umweltreizes i.a. auch am Außenschädel des Menschen einen charakteristischen Signalverlauf hervorruft. Letzterer wird als "reizausgelöstes neuroelektrisches Signal" bezeichnet. Obwohl es sich dabei um einen Spannungsverlauf (Potentialdifferenz zwischen zwei Ableitungselektroden) handelt, werden dafür in der Physiologie meistens die Bezeichnungen "evoziertes Potential" und "Reaktionspotential" verwendet. *)

*) Diese Bezeichnungsweise ist jedoch insofern gerechtfertigt, als zwar beide Meßelektroden erdsymmetrisch auf einen Differenzverstärkereingang geschaltet werden, eine davon (die sog. "indifferente" Elektrode) aber üblicherweise so angelegt wird, daß ihre Spannung gegen Erde minimal wird. Das Erdpotential wird über eine dritte Elektrode an einen nicht zur Schädeldecke gehörenden Bezugspunkt auf der Körperoberfläche (z.B. ans Ohrläppchen oder an den Unterarm) herangeführt. Unter diesen Voraussetzungen liegt an der sog. "heißen" Elektrode, die z.B. am Scheitel (Vertex) angebracht sein kann, tatsächlich näherungsweise ein Potential an, wobei die Erde das Bezugspotential Null darstellt.

Die Erkennung eines solchen reizausgelösten Signals wird i.a. verhindert durch die überlagerten spontanen Aktivitäten anderer, an der Verarbeitung des Reizes nicht unmittelbar beteiligter Neuronen. Die Summe dieser Aktivitäten ergibt das EEG, welches als stochastischer Prozeß beschrieben werden kann. Ist man lediglich an der möglichst genauen Messung der evozierten Potentiale interessiert, so kann man die Spontanaktivität im EEG als überlagerte Rauschstörung ansehen. Weil letztere dann nicht im Vordergrund der Betrachtung steht, wird sie oft auch als "Hintergrundaktivität" bezeichnet.

Es ist nicht genau bekannt, in welcher Weise die Aktivitäten der vielen Neuronen eines Projektionsareals zusammenwirken, so daß ein evoziertes Potential entsteht. Verschiedene Modellvorstellungen werden diskutiert (z.B. /1-2/ bis /1-4/). Mit allen bekannt gewordenen Modellvorstellungen verträglich ist jedoch die Annahme, im EEG überlagerten sich additiv ein determiniertes, von einem Umweltreiz verursachtes Signal und eine stochastische Hintergrundaktivität. Von dieser Grundannahme soll deshalb in der vorliegenden Arbeit stets ausgegangen werden.

Wenn die obige Grundannahme die Realität genügend genau beschreibt, dann muß es durch Anwendung statistischer Meßverfahren möglich sein, die evozierten Potentiale aus der Hintergrundaktivität herauszuheben.

Tatsächlich konnten insbesondere die durch einen akustischen Reiz ausgelösten neuroelektrischen Signale, die akustisch evozierten Potentiale, vor der Einführung statistischer Meßverfahren nur äußerst selten beobachtet werden /1-2/. Seitdem jedoch ein solches Verfahren, die Mittelung reizsynchroner Registrierungsabschnitte ("averaging"- siehe Abschn. 2.1.1 und z.B. /1-2/, /1-6/, /1-7/) eingeführt und (infolge der Entwicklung der digitalen Rechentechnik) leicht anwendbar wurde, haben die akustisch evozierten Potentiale auf den nachstehend genannten zwei Gebieten große Bedeutung erlangt.

- a) Im Bereich der physiologischen Grundlagenforschung wird u.a. durch die Auswertung evozierter Potentiale versucht, weitere Kenntnisse über die Funktionsweise des akustischen Sinnesorgansystems bis hin zur cortikalen Verarbeitung zu gewinnen (z.B. /1-2/, /1-5/, /1-6/).
- b) In der klinischen Diagnostik wird bereits in großem Umfang die sog. objektive Audiometrie (z.B. /1-2/, /1-5/ bis /1-8/) angewendet. Dabei wird die Größe des durch die Mittelung von Registrierungsabschnitten gewonnenen Ergebnisses, des sog. gemittelten evozierten Potentials, als Maß für die Hörfähigkeit des Probanden ausgewertet. Setzt man diese Meßgröße in Beziehung zu der Intensität und der Frequenz des angebotenen akustischen Reizsignals, so kann man auf diese Weise die Hörfähigkeitskurven (Isophonen) des Probanden ausmessen, ohne daß er seinen subjektiven Höreindruck mitteilen muß. Diese Möglichkeit ist von besonderem Wert, wenn der Proband nicht fähig (z.B. bei Kleinkindern) oder nicht willens ist (z.B. bei Simulanten), Aussagen über sein subjektives Hörempfinden zu machen, sowie bei der Diagnose von Hörfehlern, welche durch psychophysische Messungen nur schwer nachweisbar sind (z.B. pathologisch veränderte Reizstärke-Erregungs-Kennlinie /1-6/).

Wie in Abschn. 2.1.1 noch näher ausgeführt wird, liefert die Mittelung reizsynchrone Registrierungsabschnitte aber nur dann einen konsistenten Schätzwert für die tatsächlich im EEG verborgenen evozierten Potentiale, wenn letztere auch bei oftmaliger Wiederholung des Reizsignals stets mit derselben Kurvenform und Verzögerung (Latenz) auftreten. Weil dies in der Praxis nicht der Fall ist, ist es prinzipiell möglich, durch Anwendung verbesserter statistischer Meßverfahren auch einen verbesserten Schätzwert für die evozierten Potentiale zu gewinnen. Bei erfolgreicher Anwendung solcher Verfahren sind dann i.a. folgende Verbesserungen zu erwarten:

- a) eine genauere Wiedergabe der Kurvenform der verborgenen evozierten Potentiale [wichtig vor allem für die unter a) genannte Anwendung];

- ß) eine für den Verwendungszweck genügend genaue Schätzung der evozierten Potentiale bereits nach kürzerer Meßzeit (z.B. nach weniger Mittelungsschritten) [wichtig vor allem für die unter b) genannte Anwendung].

Um diese Verbesserungen zu erreichen, kann man versuchen,

- i) die Kurvenform des einzelnen evozierten Potentials aus der Hintergrundaktivität herauszuheben (durch Signal-restaurationsverfahren),
- ii) die Verzögerung (Latenz) des einzelnen evozierten Potentials zu schätzen (durch Parameterextraktionsverfahren) und zu kompensieren
oder
- iii) die unter i) und ii) genannten Maßnahmen zu kombinieren.

Unter den bei der Messung evozierter Potentiale vorliegenden ungünstigen Randbedingungen (z.B. Variabilität der Potentialform, Nichtstationarität des EEGs, geringes Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis) kann es allerdings vorkommen, daß die unter i) bis iii) genannten Verfahren scheinbar eine gegenüber der reizsynchrone Mittelung deutlich verbesserte Messung der verborgenen evozierten Potentiale erlauben, in Wirklichkeit aber die letzteren stark verfälscht wiedergeben. Hinweise auf solche Verfälschungen finden sich in einem Teil der Publikationen, in denen über die Anwendung dieser Meßverfahren berichtet wird /1-10/, /1-11/. Methoden zur Erkennung der genannten Verfälschungen sind bisher nur für die reizsynchrone Mittelung von Registrierungsabschnitten /1-12/, /1-13/, nicht jedoch für die unter i) bis iii) genannten Verfahren bekanntgeworden.

Es ist bekannt, daß bereits geringe Schwankungen der Latenz der evozierten Potentiale während einer Messung das Mittelungsergebnis stark verfälschen können /1-14/. Ungünstigerweise muß gerade bei Kleinkindern (bei denen die zuverlässige Durchführbarkeit der objektiven Audiometrie besonders wichtig wäre) mit großen Latenzvariabilitäten gerechnet werden /1-15/. Die angestrebte Verbesserung der Messung evozierter Potentiale er-

scheint deshalb in vielen Fällen dadurch erreichbar zu sein, daß zusätzlich zur reizsynchrone Mittelung das unter ii) genannte Meßprinzip angewendet wird. Ein derartiges verbessertes Meßverfahren kann dann auf dem unter a) genannten und, sofern eine rechenzeit- und kostengünstige Realisierung gelingt, auch auf dem unter b) genannten Anwendungsgebiet vorteilhaft eingesetzt werden. Aus diesen und einigen anderen, in Abschn. 2.2 dargelegten Gründen wird in dieser Abhandlung nur das unter ii) genannte Meßprinzip eingehend behandelt.

Die vorliegende Arbeit hat deshalb hauptsächlich die folgenden beiden Ziele:

1. Ein bekanntes Parameterextraktionsverfahren zur Messung evozierter Potentiale, die Korrelationsanalyse nach Woody /1-9/, soll mit Hilfe der Statistischen Signalschätzungstheorie beschrieben und verbessert werden.
2. Es soll ein Testverfahren entwickelt werden, welches die Abschätzung der Zuverlässigkeit der mittels Korrelationsanalyse gewonnenen Ergebnisse erlaubt.

Im folgenden Kapitel wird ein Überblick über bisher zur Messung evozierter Potentiale verwendete statistische Meßverfahren gegeben. Im Kap. 3 wird dann angegeben, welche Aufgaben zur Erreichung der oben genannten Ziele im einzelnen (in den Kapiteln 4 bis 9) zu bearbeiten sind.

2. STATISTISCHE VERFAHREN ZUR MESSUNG EVOZIERTER POTENTIALE

In diesem Kapitel sollen, in Form eines kurzen Überblicks, aus der Literatur bekannte statistische Verfahren zur Messung evozierter Potentiale dargestellt werden. Wegen der großen Zahl publizierter Arbeiten kann kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden. Um eine bessere Übersichtlichkeit zu erreichen, wird die in Büchern über die Statistische Signalschätzungstheorie (z.B. /2-1/ bis /2-3/) übliche Gliederung in die Abschnitte "Signaldetektion", "Parameterextraktion" und "Signalrestauration" verwendet. Als Kriterium für die Einordnung soll dabei nur der wesentlichste Verarbeitungsalgorithmus eines Meßverfahrens verwendet werden; denn oft stellen solche Verfahren eine Kombination mehrerer Verarbeitungsprinzipien dar. Z.B. ist noch keine Meßmethode bekannt geworden, welche nicht in irgendeiner Weise die Mittelung reizsynchroner EEG-Abschnitte ("averaging") benötigt. Damit dieses grundlegende Standardverfahren zuerst beschrieben werden kann, sollen die oben angegebenen Unterabschnitte in umgekehrter Reihenfolge behandelt werden.

2.1 Signalrestaurationsverfahren

Signalrestaurationsverfahren sollen, kontinuierlich fortlaufend oder zu diskreten Zeitpunkten, Aussagen über den Verlauf eines gesuchten deterministischen Signals $s(t)$ machen, das von einem stochastischen Rauschprozeß $\{r(t)\}$ additiv überlagert ist. Damit diese Aufgabe lösbar ist, muß das gesuchte Signal $s(t)$ selbst oder zumindest ein geeigneter Satz seiner Parameter und Eigenschaften bekannt sein.

Dies ist bei der Signalrestauration evozierter Potentiale i.a. nicht der Fall. Man geht deshalb von bestimmten Annahmen aus. Wie gut diese Annahmen die Realität beschreiben, muß man dann anhand der gewonnenen Ergebnisse abschätzen.

2.1.1 Die Mittelung reizsynchrone EEG-Abschnitte ("averaging")

Zur Messung evozierter Potentiale durch Mittelung reizsynchrone EEG-Abschnitte ("averaging") bietet man einer Versuchsperson in kurzen Zeitabständen (i.a. 4...30s) eine größere Zahl M (i.a. 40 ...100) gleichartiger Reize an und bildet einen Ensemblemittelwert aus den reizsynchrone EEG-Abschnitten.

Eine Versuchsanordnung zur Gewinnung solcher reizsynchrone EEG-Abschnitte zeigt Bild 2-1 (nach /2-4/).

Die Verzögerung $t_{rz}-t_{reg}$ zwischen Registrierungstrigger- und Reiztriggerimpuls (vgl. Bild 2-1) muß während einer Reizserie konstant gehalten werden. Dagegen ist es möglich und oft auch physiologisch sinnvoll /1-6/, den zeitlichen Abstand der Registrierungs-Triggerimpulse innerhalb gewisser Grenzen statistisch schwanken zu lassen. Es soll deshalb jeder der M reizsynchrone EEG-Abschnitte als eigene Zeitfunktion $x_m(t)$, mit Zeitnullpunkt im Anstiegszeitpunkt t_{reg_m} des zugehörigen Registrierungs-Triggerimpulses, definiert werden. Bezeichnet man die fortlaufende EEG-Ableitung mit $x(t)$ und haben die reizsynchrone EEG-Abschnitte die Dauer T_r , so ergibt sich die Definitionsgleichung

$$x_m(t) = x(t+t_{reg_m}) \quad (2-1)$$

$$\text{für } 0 \leq t \leq T_r \quad \text{und} \quad m = 1, 2, \dots, M.$$

Wird aus diesen Abschnitten eine gemittelte Zeitfunktion

$$\bar{e}(t) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M x_m(t), \quad 0 \leq t \leq T_r \quad (2-2)$$

berechnet, so nähert sich die stochastische EEG-Hintergrundaktivität $r_{EEG}(t)$ mit wachsendem M mehr und mehr ihrem linearen Mittelwert, während die periodisch auftretenden einzelnen evozierten Potentiale $e_m(t)$ sich in erster Näherung kohärent überlagern. Dadurch werden in vielen Fällen die evozierten

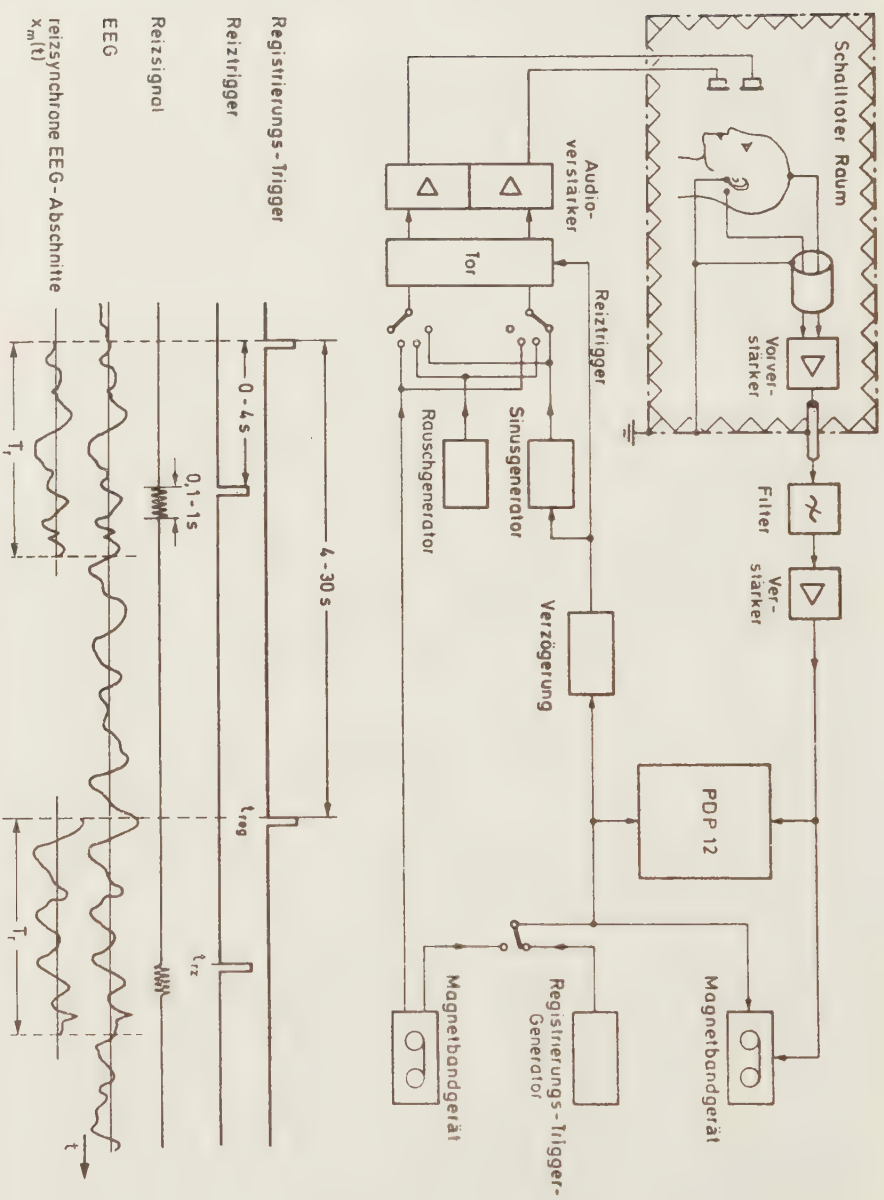


Bild 2-1: Reiz- und Registrierungseinrichtung für die Messung akustisch evozierter Potentiale (nach /2-4/).

Potentiale $e_m(t)$ erkennbar und auswertbar (vgl. Bild 2-2, welches aus technischen Gründen aber nur die Ergebnisse der unten beschriebenen zeitdiskreten Mittelung zeigt). Man bezeichnet $\bar{e}(t)$ deshalb als gemittelttes evoziertes Potential ("average evoked response").

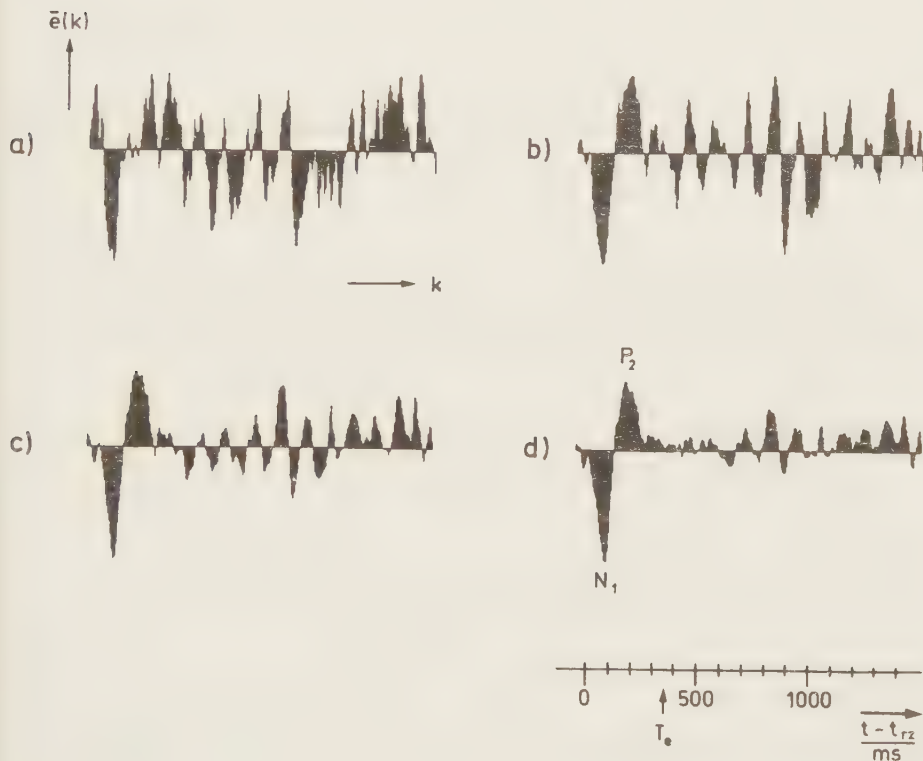


Bild 2-2: Gewinnung eines gemittelten akustisch evozierten Potentials $\bar{e}(k)$ durch abschnittsweise Mittelung. Mittelungsschrittzahl M:

- | | |
|-------|-------|
| a) 5 | b) 20 |
| c) 50 | d) 92 |

Reiz: Sinuston 1000 Hz, 30 db SPL, Dauer 100 ms.
Ableitung: Vertex gegen Mastoid.

Der Verlauf von $\bar{e}(t)$ vom Zeitnullpunkt bis zu einem subjektiv festgelegten Zeitpunkt T_e , bei dem das reizausgelöste Signal offensichtlich abgeklungen ist, wird als Schätzwert (Meßwert) $\hat{e}(t)$ der verborgenen Einzelpotentiale $e_m(t)$ ausgewertet oder als Modell des evozierten Potentials in komplizierteren Meßverfahren verwendet (vgl. die Abschnitte 2.1.2 bis 2.3.1).

Die abschnittsweise Mittelung wurde von Dawson erstmals 1947 auf evozierte Potentiale angewendet /2-5/, wobei letztere durch übereinanderfotografieren der EEG-Abschnitte $x_m(t)$ aus der Hintergrundaktivität hervorgehoben wurden.

Größere Bedeutung erlangte aber erst die im Universalrechner oder mit festverdrahteten Geräten (sog. Mittelwertrechnern) durchführbare zeitdiskrete Mittelung. Hierfür ist jeder EEG-Abschnitt $x_m(t)$ in den Zeitpunkten kT_a abzutasten, wobei $k = 0, 1, 2, \dots, J-1$ und $JT_a \leq T_r$ ist. Entsprechend dem Abtasttheorem (z.B. /2-6/) ist dabei die Abtastfrequenz zu

$$f_a = \frac{1}{T_a} \geq 2f_g \quad (2-3)$$

zu wählen, wobei f_g die Grenzfrequenz des EEG-Leistungsdichtespektrums $G_{\text{EEG}}(\omega)$ ist; d.h. es muß gelten:

$$G_{\text{EEG}}(\omega) = 0 \text{ für } |\omega| > 2\pi \cdot f_g. \quad (2-4)$$

Damit die Bedingung (2-4) mit genügender Genauigkeit erfüllt werden kann, wird das EEG vor der Abtastung, die üblicherweise mit $f_a = 100$ bis 1000 Hz erfolgt, mit einem analogen Tiefpaß (Eckfrequenz f_e üblicherweise 30 bis 250 Hz) vorgefiltert.

Aus den bei der Abtastung gewonnenen Zeitfolgen $x_m(k)$, $k = 0, 1, 2, \dots, J-1$, kann ein zeitdiskretes gemitteltes evoziertes Potential

$$\bar{e}(k) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M x_m(k), \quad k = 0, 1, \dots, J-1 \quad (2-5)$$

berechnet werden. Auch hier wird subjektiv ein Zeitpunkt

$k = K$ festgelegt, ab dem das evozierte Potential als abgeklungen anzusehen ist.

$$\hat{e}(k) = \bar{e}(k) \text{ für } k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (2-6)$$

wird dann als Schätzwert (Meßwert) der Einzelpotentiale $e_m(k)$ ausgewertet bzw. weiterverwendet.

Eingehende Untersuchungen des Mittelungsverfahrens und ein historischer Überblick finden sich in /2-7/, die Entwicklung festverdrahteter Mittelwertrechner bis zum Jahr 1975 ist in /2-8/ kurz dargestellt.

$\hat{e}(t)$ bzw. $\hat{e}(k)$ stellen jedoch nur dann einen konsistenten Schätzwert für jedes einzelne verborgene evozierte Potential dar, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- a) Die EEG-Hintergrundaktivität ist ein ergodischer, stationärer Rauschprozeß $\{r_{\text{EEG}}(t)\}$, dessen Musterfunktionen $r_{\text{EEG}}(t)$ sich den einzelnen evozierten Potentialen additiv überlagern; d.h. es gilt:

$$x_m(t) = e_m(t) + r_{\text{EEG}}(t) \text{ für } t \in [0, T_r] \\ \text{und } m = 1, 2, \dots, M. \quad (2-7)$$

- b) $e_m(t) = e(t - \lambda_m)$ für $m = 1, 2, \dots, M$, (2-8)

d.h. alle Einzelpotentiale $e_m(t)$ gleichen einem Modellsignal $e(t)$, lediglich eine Zeitverschiebung λ_m (die bis zu einer gewissen kausalitätsbedingten Grenze auch negativ sein kann) kann auftreten.

- c) $\lambda_m = \text{const}$ für alle $m = 1, 2, \dots, M$. (2-9)

In der Praxis sind diese Bedingungen aufgrund physiologischer Gegebenheiten stets nur angenähert erfüllbar. Es wurde deshalb verschiedentlich untersucht, wie groß die zu erwartenden Abweichungen sind und wie stark diese das Mittelungsergebnis verfälschen können /1-6/, /2-7/ und /2-9/ bis /2-15/. Außerdem

wurden von Spreng und Keidel Zusatzmethoden angegeben, mit deren Hilfe man anhand der verwendeten EEG-Abschnitte und des gemittelten evozierten Potentials abschätzen kann, inwieweit die oben genannten Bedingungen bei einer bestimmten Messung erfüllt sind /1-12/, /1-13/.

2.1.2 Die Optimalfilterung evozierter Potentiale

Optimalfilter zur Signalrestauration sollen die Störung $r(t)$ soweit wie möglich unterdrücken, das gesuchte Nutzsignal $s(t)$ aber möglichst unverfälscht übertragen. Das Wiener-Filter /2-16/, /2-2/, /2-3/, /2-17/ und das Kalman-Bucy-Filter /2-18/, /2-19/, /2-2/, /2-3/ sind lineare Systeme, die die oben genannte Aufgabe im Sinne des minimalen Fehlerquadrats optimal erfüllen.

Unter der Voraussetzung, daß $r(t)$ eine Musterfunktion eines ergodischen und stationären Rauschprozesses ist, wird das Wiener-Filter gemäß folgender Optimalitätsbedingung entworfen:

$$\overline{\Delta^2(t)} = \overline{[s(t) - y(t)]^2} \stackrel{!}{=} \text{Min} . \quad (2-10)$$

Dabei ist $\Delta(t)$ das Fehlersignal, d.h. die Abweichung zwischen dem als bekannt vorausgesetzten Nutzsignal $s(t)$ und dem Ausgangssignal $y(t)$ des Wiener-Filters. $y(t)$ soll also den bestmöglichen Schätzwert $\hat{s}(t)$ für $s(t)$ darstellen (vgl. Bild 2-3).

Weil das Kalman-Bucy-Filter bisher noch nicht zur Filterung evozierter Potentiale angewandt wurde, soll es hier nicht näher betrachtet werden. Es sei jedoch erwähnt, daß für dessen Entwurf eine der Gl.(2-10) sehr ähnliche Optimierungsbedingung verwendet wird. An die Stelle der Signale $s(t)$ und $y(t)$ treten dabei die zugehörigen Zustandsvektoren $\underline{\xi}(t)$ bzw. $\hat{\underline{\xi}}(t)$ des Filters /2-3/.

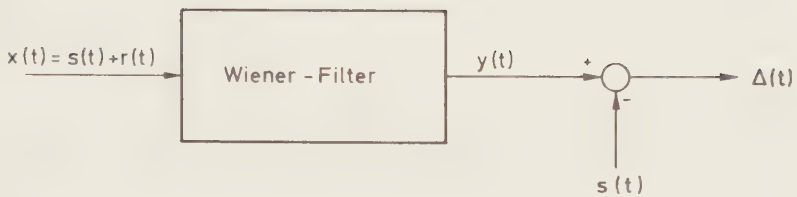
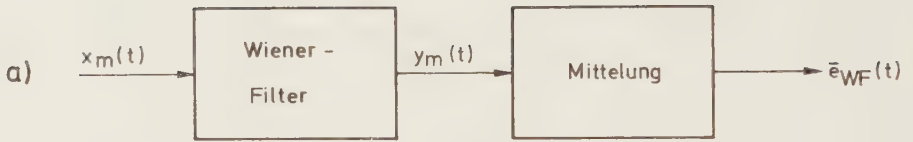


Bild 2-3: Wiener-Filter und zugeordnete Signale.

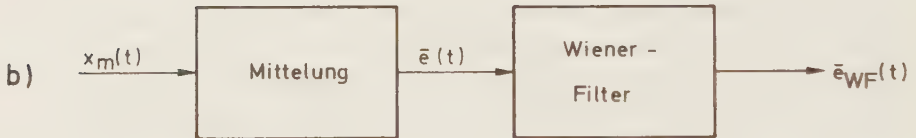
Wird ein Wiener-Filter auf im EEG verborgene evozierte Potentiale $e_m(t)$ angewandt, so läßt sich damit oft bereits in einer Einzelregistrierung $x_m(t)$ die Hintergrundaktivität $r_{\text{EEG}}(t)$ beträchtlich reduzieren. Meistens ist aber trotzdem noch eine Mittelung mehrerer gefilterter EEG-Abschnitte $y_m(t)$ nötig, die erforderliche Mittelungsschrittzahl M ist dann aber i.a. geringer.

Es sind mehrere Verfahren zur Wiener-Filterung evozierter Potentiale vorgeschlagen worden /2-20/. Wegen der Linearität des Wiener-Filters sind sie alle äquivalent, wenn davon ausgegangen wird, daß mit jedem Verfahren M bestimmte Registrierungsabschnitte verarbeitet werden. Insbesondere besteht dann kein prinzipieller Unterschied zwischen der in Bild 2-4a dargestellten Vorfilterung von Registrierungsabschnitten $x_m(t)$ und der im Bild 2-4b gezeigten Nachfilterung des gemittelten evozierten Potentials $\bar{e}(t)$.

Verschiedenartig sind bei den genannten Verfahren dagegen die Methoden, mit denen Schätzwerte der verborgenen Einzelpotentiale und der Korrelationsfunktionen, welche für den Filterentwurf erforderlich sind, gewonnen werden. Auch hinsichtlich der Durchführung des Filterentwurfs ergeben sich Unterschiede. In einer großen Zahl von Veröffentlichungen wird über die Wiener-Filterung evozierter Potentiale berichtet, z.B. in /2-20/ bis /2-29/.



$m = 1, 2, \dots, M$



$m = 1, 2, \dots, M$

Bild 2-4: Wiener-Filterung evozierter Potentiale:

- a) Vorfilterung von Registrierungsabschnitten $x_m(t)$;
- b) Nachfilterung des gemittelten evozierten Potentials $\bar{e}(t)$.

Auch das mit Hilfe der Wiener-Filterung gewonnene gemittelte evozierte Potential $\bar{e}_{WF}(t)$ stellt nur dann einen unverfälschten und konsistenten Schätzwert für die verborgenen Einzelpotentiale $e_m(t)$ dar, wenn die in Abschn. 2.1.1 unter a) bis c) genannten Bedingungen (Stationarität der Hintergrundaktivität, Konstanz der Kurvenform, Konstanz der Latenz) erfüllt sind. Eine Abweichung von diesen Voraussetzungen kann hier sogar zu besonders starken Verfälschungen des Ergebnisses führen, wie die folgende Überlegung zeigt /1-10/:

Für den Entwurf des Wiener-Filters ist das Nutzsignal $s(t)$ erforderlich. Bei der hier vorliegenden Anwendung wird dieses

durch das verborgene Einzelpotential $e_m(t)$ gebildet und ist daher nicht bekannt. Solange jedoch die Bedingungen a), b) und c) exakt gelten, kann durch Vormittelung der Abschnitte $x_m(t)$ nach Abschn. 2.1.1 wenigstens ein konsistenter Schätzwert $\hat{e}(t)$ als Modell $e(t)$ für den Filterentwurf zur Verfügung gestellt werden. Bei Nichteinhaltung dieser Bedingungen sind dagegen größere Abweichungen zwischen $\hat{e}(t)$ und den Einzelpotentialen $e_m(t)$ möglich. Gl.(2-10) zeigt, daß das Wiener-Filter lediglich das Eingangssignal $x(t)$ so umformt, daß das Ausgangssignal $y(t)$ das zum Filterentwurf verwendete Nutzsignalmodell $s(t)$ [hier $\hat{e}(t)$] bestmöglich approximiert. Bei Abweichungen zwischen $\hat{e}(t)$ und $e_m(t)$ wird also das zu messende Einzelpotential in Richtung auf das Potentialmodell $\hat{e}(t)$ hin verändert.

Eigene Voruntersuchungen zeigten, daß bei der Wiener-Filterung akustisch evozierter Potentiale im EEG des Menschen starke Verfälschungen auftreten können. Die Wiener-Filterung evozierter Potentiale wurde deshalb im Rahmen dieser Arbeit nicht weiter angewendet.

In jüngster Zeit sind allerdings Verfahren bekanntgeworden, welche zumindest Hinweise auf die bei der Wiener-Filterung evozierter Potentiale auftretenden Abweichungen geben können /2-20/.

Die Messung evozierter Potentiale mittels Kalman-Filter kann wegen des erheblichen Aufwandes in der vorliegenden Arbeit nicht behandelt werden.

2.2 Parameterextraktionsverfahren

Ein Parameterextraktionsverfahren soll eine Aussage über den Wert eines oder mehrerer Parameter α_v eines Nutzsignals $s(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v, \dots, \alpha_N)$ machen, nachdem ihm das durch eine überlagerte Musterfunktion eines Rauschprozesses $\{r(t)\}$ gestörte Nutzsignal während einer endlichen Zeitdauer T zur Ver-

fügung stand. Bei der Extraktion von Parametern evozierter Potentiale stellt das verborgene Einzelpotential $e_m(t, \alpha_1, \dots, \alpha_N)$ das Nutzsignal dar, welches von der Hintergrundaktivität $r_{\text{EEG}}(t)$ überlagert ist. Als Parameter α_v können auftreten: Größe, Zeitverschiebung und evtl. Kurvenformparameter des evozierten Potentials.

Parameterextraktionsverfahren erscheinen für die Messung der nicht genau bekannten einzelnen evozierten Potentiale besonders geeignet zu sein; denn im Gegensatz zu den bisher behandelten Verfahren braucht hierbei nicht die völlige Gleichheit aller verborgenen Potentiale $e_m(t)$ [Bedingungen b) und c) aus Abschn. 2.1.1] vorausgesetzt zu werden. Das Meßergebnis wird nämlich durch das Schwanken eines Signalparameters α_v dann nicht beeinträchtigt, wenn das Extraktionsverfahren in der Lage ist, den aktuellen Wert dieses Parameters stets genügend genau zu schätzen. Um mit vertretbarem Aufwand eine hinreichend genaue und sichere Parameterschätzung zu erreichen, muß man allerdings in der Praxis die Zahl der zu schätzenden Parameter gering halten. Von den übrigen Parametern wird dann üblicherweise angenommen, sie seien bekannt oder zumindest während der Meßzeit konstant.

2.2.1 Die Korrelationsanalyse evozierter Potentiale

Der Begriff "Korrelationsanalyse" wird in der Literatur nicht ganz einheitlich verwendet. Es soll deshalb zunächst definiert werden, was im Rahmen dieser Abhandlung darunter zu verstehen ist:

Mit "Korrelationsanalyse evozierter Potentiale" werden Parameterextraktionsverfahren bezeichnet, welche Schätzwerte für die Parameter "Amplitudenfaktor A_m " und "Zeitverschiebung δ_m " (bzw. λ_m im zeitdiskreten Fall) eines einzelnen evozierten Potentials $e_m(t, A_m, \delta_m)$ [bzw. $e_m(k, A_m, \lambda_m)$ im zeitdiskreten Fall] liefern.

Die Zeitverschiebung Δ_m und der Amplitudenfaktor A_m sind folgendermaßen definiert:

Es wird angenommen, alle Einzelpotentiale $e_m(t, A_m, \Delta_m)$ hätten dieselbe Kurvenform wie ein Modellsignal $e(t)$, sie könnten sich von diesem aber um eine Zeitverschiebung Δ_m und um einen Maßstabsfaktor A_m unterscheiden; d.h. es bestehe die Beziehung

$$e_m(t, A_m, \Delta_m) = A_m \cdot e(t - \Delta_m), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (2-11)$$

Die Korrelationsanalyse in ihrer ursprünglichen Realisierungsform, wie sie von Woody 1967 erstmals vorgeschlagen wurde /1-9/, wird folgendermaßen durchgeführt:

Mit einem Anfangs-Schätzwert $\hat{e}(t)$ des evozierten Potentials, der z.B. durch abschnittsweise Mittelung nach Abschn. 2.1.1 gewonnen werden kann, und jedem Registrierungsabschnitt $x_m(t)$ wird die Kreuzkorrelationsfunktion (KKF)

$$\varphi_{ex_m}(\tau) = \frac{1}{T_e} \int_0^T \hat{e}(t) \cdot x_m(t+\tau) dt \quad \text{für } m = 1, 2, \dots, M \quad (2-12)$$

berechnet. Der Zeitpunkt $\tau_{\max}$ des Maximums von $\varphi_{ex_m}(\tau)$ stellt den gesuchten Schätzwert $\hat{\Delta}_m$ für die Zeitverschiebung Δ_m dar, während aus der Größe dieses Maximums ein Amplitudenfaktor-Schätzwert $\hat{A}_m$ berechnet werden kann. Die Korrelationsanalyse wird i.a. mit Hilfe von Digitalrechnern ausgeführt. Es wird dabei eine zeitdiskrete Kreuzkorrelationsfolge (KKF)

$$\varphi_{ex_m}(k) = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \hat{e}(k) \cdot x_m(k+k) \quad \text{für } m = 1, 2, \dots, M \quad (2-13)$$

*) Die Zeitverschiebung Δ_m ist somit nicht identisch mit der Latenz, welche als Zeitabstand eines bestimmten Extremalwerts des evozierten Potentials (z.B. N_1 oder P_2 in Bild 2-2) vom Reizbeginn definiert ist /1-6/.

berechnet. Als Zeitverschiebungs-Schätzwert $\hat{\lambda}_m$ verwendet man auch hierbei den (diskreten) Zeitpunkt $\kappa_{\max}$ des Maximums von $\varphi_{\text{ex}_m}(\kappa)$ und zur Berechnung des Amplitudenfaktorschätzwerts $\hat{A}_m$ die Größe dieses Maximums.

Es läßt sich zeigen (Abschn. 4.7 und z.B. /2-17/, /2-30/), daß ein an ein bekanntes Signal $s(t)$ angepaßtes optimales Suchfilter ("matched filter") an seinem Ausgang die KKF $\varphi_{\text{sx}}(\tau)$ liefert, wenn am Eingang das Signal $x(t) = s(t) + r(t)$ anliegt. Man erhält deshalb (abgesehen von einer festen Verzögerung t_0) dieselben Parameterschätzwerte $\hat{\lambda}_m$ und $\hat{A}_m$ wie oben, wenn man die KKF-Berechnung durch ein solches optimales Suchfilter ersetzt. Dies ist in Bild 2-5 dargestellt.

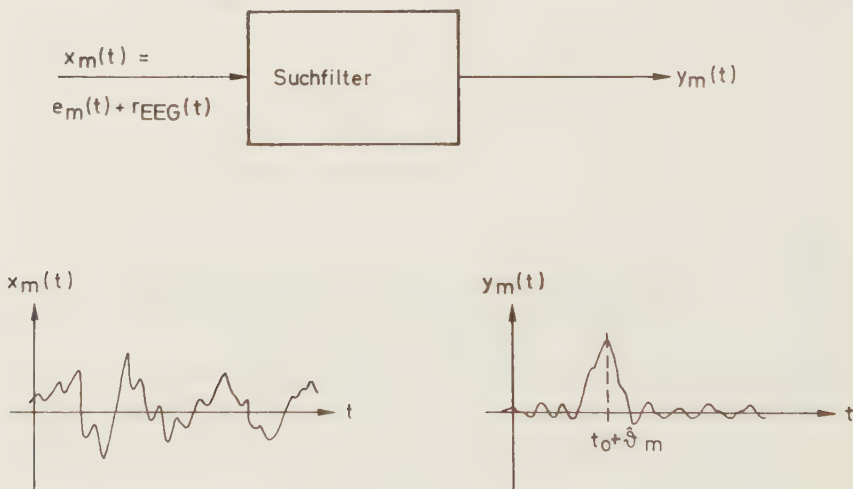


Bild 2-5: Prinzip der Korrelationsanalyse mittels optimalem Suchfilter.

Die so gewonnenen Schätzwerte $\hat{\lambda}_m$ und $\hat{A}_m$ sind optimal im Sinne des "maximum-likelihood"-Prinzips, wenn der Störprozeß $\{r(t)\}$

weißes Rauschen darstellt, d.h. wenn für sein Leistungsdichtespektrum

$$G_{rr}(\omega) = G_0 = \text{const} \quad (2-14)$$

gilt /2-1/, /2-17/.

Die EEG-Hintergrundaktivität $\{r_{\text{EEG}}(t)\}$ stellt jedoch stets farbiges Rauschen dar, ihr Leistungsdichtespektrum ist also nicht konstant. Wie in den Kapiteln 4 und 7 noch gezeigt wird, lassen sich in diesem Fall die Parameter $\hat{A}_m$ und $\hat{A}_m$ prinzipiell genauer und sicherer schätzen, als dies durch Berechnung der KKF möglich ist. Die verbesserte Schätzung kann mit einem optimalen Suchfilter, welches nicht nur an das gesuchte evozierte Potential $e_m(t)$, sondern auch an die AKF der Hintergrundaktivität angepaßt ist, durchgeführt werden. Solche Suchfilter wurden bereits zur Korrelationsanalyse evozierter Potentiale verwendet /1-10/, /2-31/. Ein Teilziel der Arbeiten, über die hier zu berichten ist, war die Entwicklung von Entwurfsverfahren geringen Approximationsfehlers und Rechenaufwands für solche Suchfilter. Die gefundenen Methoden und Ergebnisse von Approximationsfehler-Untersuchungen sind in Kap. 6 dargestellt.

Die mittels Korrelationsanalyse gewonnenen Schätzwerte $\hat{\delta}_m$ und $\hat{A}_m$ können auf verschiedenartige Weise weiterverwendet werden: Jäger /2-32/ betrachtet sie direkt als Ergebnisparameter für die physiologische Auswertung der evozierten Potentiale. David et al. /2-33/ sowie Pfurtscheller und Cooper /2-34/ benutzen diese Parameter, um die Registrierungsabschnitte $x_m(t)$ zu klassifizieren, so daß letztere anschließend selektiv gemittelt werden können. Außerdem werden $\hat{\delta}_m$ und $\hat{A}_m$ statistisch weiter ausgewertet. Woody /1-9/, Pfurtscheller /2-35/, Schuy und Pfurtscheller /2-36/, sowie Wastell /1-11/ verwenden den Zeitverschiebungs-Schätzwert $\hat{\delta}_m$ zur Synchronisierung der verborgenen evozierten Potentiale vor der Mittelung. Hierfür wird jeder Registrierungsabschnitt $x_m(t)$ vor der Mittelung zeitlich um $-\hat{\delta}_m$ verschoben. In günstigen Fällen kann erwartet werden, daß das Ergebnis $\bar{e}(t)$ dieser "potentialsynchronen" Mittelung die

wahre Kurvenform der verborgenen Reizantworten genauer wiedergibt als das Ergebnis der reizsynchronen Mittelung nach Abschn. 2.1.1. Deshalb kann dann $\bar{e}(t)$ als verbesserter Schätzwert $\hat{e}(t)$ bei einer erneuten Korrelationsanalyse derselben Daten dienen. Dies ermöglicht oft eine iterative Verbesserung des gemittelten evozierten Potentials $\bar{e}(t)$. Das Blockschema dieses von Woody als "adaptive Filter" bezeichneten Meßverfahrens zeigt Bild 2-6. Aus dem Schätzwert $\hat{A}_m$ können statistische Zusatzaussagen, z.B. über die Zuverlässigkeit des Zeitverschiebungs-Schätzwerts $\hat{\delta}_m$, gewonnen werden. In /1-10/ und bei den dieser Abhandlung zugrundeliegenden Untersuchungen wurde die Korrelationsanalyse stets nur in Verbindung mit der Synchronisierung und anschließenden Mittelung der evozierten Potentiale $e_m(t)$ angewendet.

Das entsprechend Bild 2-6 gewonnene gemittelte evozierte Potential $\bar{e}(t)$ ist selbst dann noch ein konsistenter Schätzwert für die einzelnen Reizantworten $e_m(t, A_m, \delta_m)$, wenn von den in Abschn. 2.1.1 genannten Bedingungen nur noch die Voraussetzung a) [Stationarität der Hintergrundaktivität] in vollem Umfang und die Voraussetzung b) in reduziertem Umfang aufrechterhalten werden. Die eingeschränkte Vorbedingung b) sei mit b') bezeichnet. Sie lautet wie folgt:

b') Es wird angenommen, es gelte

$$e_m(t, A_m, \delta_m) = A_m \cdot e(t - \delta_m) \quad \text{für } m = 1, 2, \dots, M; \quad (2-11)$$

d.h. alle Einzelpotentiale $e_m(t, A_m, \delta_m)$ gleichen einem Modellsignal $e(t)$, lediglich eine Zeitverschiebung δ_m und eine Schwankung des Amplitudenmaßstabs A_m kann auftreten.

Auch wenn zwischen dem Anfangs-Schätzwert $\hat{e}(t)$ für die evozierten Potentiale $e_m(t, A_m, \delta_m)$ und diesen selbst eine geringe Formabweichung auftritt (was in der Praxis ohnehin unvermeidlich ist), kann $\bar{e}(t)$ noch ein konsistenter Schätzwert sein. $\bar{e}(t)$ ist dies allerdings nur dann, wenn Gl. (2-11) exakt gilt, wenn also die Kurvenform der $e_m(t, A_m, \delta_m)$ sich während der

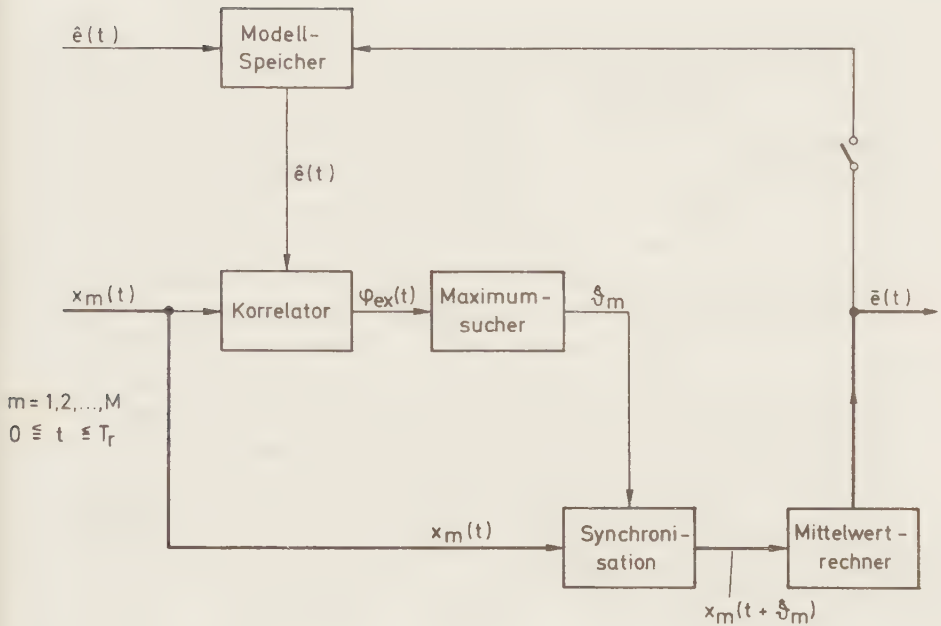


Bild 2-6: Blockschema der Korrelationsanalyse evozierter Potentiale mit Synchronisation der einzelnen evozierten Potentiale.

Meßzeit nicht verändert. Wegen der Abweichung zwischen $e(t)$ und $\hat{e}(t)$ wird dann zwar die Zeitverschiebung δ_m stets falsch geschätzt, die Differenz $\Delta\delta = \hat{\delta}_m - \delta_m$ ist jedoch im Mittel konstant. ($\Delta\delta$ ist in diesem Fall nur deshalb nicht exakt konstant, weil $\{\hat{\delta}_m\}$ infolge der überlagerten Hintergrundaktivität $\{r_{\text{EEG}}(t)\}$ eine Zufallsvariable ist, wie in Abschn. 4.4 näher ausgeführt wird.) Damit ist auch dann noch eine "potentialsynchrone" Mittelung möglich.

Bisher wurde die EEG-Hintergrundaktivität stets nur als Rauschprozeß $\{r_{\text{EEG}}(t)\}$ oder als unendlich lange andauernde Muster-

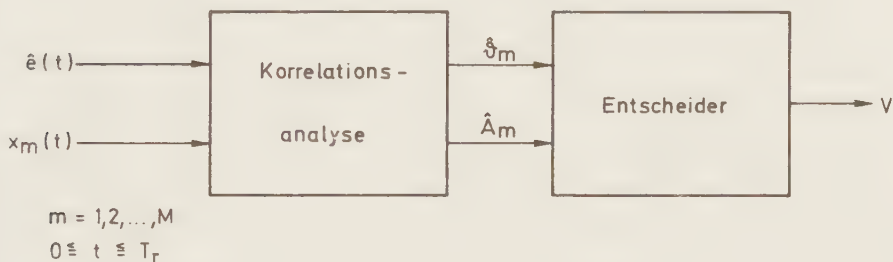
funktion $r_{\text{EEG}}(t)$ beschrieben. Betrachtet man jedoch relativ kurze EEG-Abschnitte hinsichtlich ihrer Verlaufsmuster, so kann man gelegentlich Formähnlichkeiten mit evozierten Potentialen feststellen. In Einzelfällen kann dies dazu führen, daß solche EEG-Muster bei Kreuzkorrelation mit dem Potentialmodell $\hat{e}(t)$ einen größeren Wert der KKF liefern als die Kreuzkorrelation von $\hat{e}(t)$ mit dem gesuchten Potential $e_m(t)$. Ist dies der Fall, so wird der zugehörige Registrierungsabschnitt $x_m(t)$ so verschoben, daß der zufällig potentialähnliche EEG-Verlauf anstelle des echten Potentials in die Mittelung einbezogen wird. Die Zahl derartiger Fehlentscheidungen kann nicht immer gegen die Anzahl richtig verarbeiteter Abschnitte vernachlässigt werden. Dies gilt vor allem dann, wenn sehr energiearme Reizantworten (z.B. akustisch evozierte Potentiale bei Reizintensitäten nahe der Hörschwelle) verarbeitet werden sollen. Es war deshalb ein wesentliches Ziel dieser Arbeit, ein Verfahren zu entwickeln, welches bei jeder Durchführung der Korrelationsanalyse eine möglichst genaue Zählung der aufgetretenen Fehlentscheidungen erlaubt. Dieses Verfahren wird in Kap. 8 beschrieben.

2.3 Detektionsverfahren

Ein Detektionsverfahren soll eine Aussage über die An- oder Abwesenheit eines bekannten Nutzsymbols $s(t)$ liefern, nachdem ihm während einer endlichen Zeit T ein Eingangssignal $x(t)$ zur Verfügung stand, welches aus der Überlagerung einer Musterfunktion eines Rauschprozesses $\{r(t)\}$ und des evtl. vorhandenen Nutzsymbols $s(t)$ besteht. Man unterscheidet zwei Arten von Detektionsverfahren: solche, die eine binäre Entscheidung ("Signal vorhanden" - "kein Signal") liefern und solche, die eine Wahrscheinlichkeitsaussage über das Vorhandensein des Nutzsymbols machen /2-3/.

2.3.1 Detektion evozierter Potentiale mit Korrelationsanalyse und Entscheider

Die bisher bekanntgewordenen Verfahren zur Detektion evozierter Potentiale (/2-31/, /2-37/ und /2-38/) lassen sich als Korrelationsanalyse mit nachgeschaltetem Entscheidungsalgorithmus beschreiben, wie dies in Bild 2-7 dargestellt ist. Dabei stellt die Detektorentscheidung stets eine binäre Aussage dar. Unterschiedlich ist bei diesen Verfahren die Funktionsweise des Entscheiders: Woody und Nahvi /2-37/ und Nahvi et al. /2-38/ verwenden Schwellendiskriminatoren, während Meder et al. /2-31/ den Sequenztest nach Wald /2-39/ anwenden.



$V \in \{\text{"kein Signal"}, \text{"Signal vorhanden"}\}$

Bild 2-7: Detektion evozierter Potentiale mit Korrelationsanalyse und Entscheider.

Die genannten Detektionsverfahren reduzieren die von der Korrelationsanalyse gelieferte Information, gewinnen dabei aber eine klare und leicht zu verwertende Aussage über die An- oder Abwesenheit evozierter Potentiale. Dies kann für gewisse Anwendungen vorteilhaft sein. Eine solche Anwendung ist die Abschätzung der statistischen Sicherheit des von der Korrelationsanalyse gelieferten Zeitverschiebungs-Schätzwerts $\hat{s}_m$. Dieses spezielle Detektionsproblem wird in den folgenden Kapiteln stets mit behandelt.

3. AUFGABENSTELLUNG

Die grundsätzlichen Ziele dieser Arbeit wurden bereits in Kap. 1 unter 1. und 2. genannt und kurz begründet. Weitere Gründe für die Wahl dieser Ziele ergaben sich im Kap. 2 aus der Diskussion der Vor- und Nachteile verschiedener statistischer Verfahren zur Messung evozierter Potentiale anhand von Angaben aus der Literatur und von Ergebnissen eigener Voruntersuchungen.

Nachstehend werden diejenigen Aufgaben genannt, welche zur Erreichung der oben erwähnten Ziele im einzelnen zu lösen sind.

- a) Ausgehend von den bei der Messung akustisch evozierter Potentiale vorliegenden Randbedingungen ist die Korrelationsanalyse mit Hilfe der Statistischen Signalschätzungstheorie allgemeingültig, d.h. für optimale Anpassung an farbiges Rauschen, zu beschreiben. Formeln für die statistischen Kenngrößen, welche theoretische Aussagen über die Leistungsfähigkeit und die statistische Sicherheit der Korrelationsanalyse ermöglichen, sind zu entwickeln.

Diese theoretischen Herleitungen werden im Kap. 4 vorgenommen.

- b) Testsignale, mit deren Hilfe die gefundenen theoretischen Ergebnisse experimentell überprüft werden können, sind zu erzeugen. Ihre Eigenschaften, soweit sie für die auszuführenden Versuche Bedeutung haben, sind zu untersuchen. Zur Abschätzung der im günstigsten Fall möglichen Ergebnisse sollen stark idealisierte Daten, zur Beurteilung der bei der Korrelationsanalyse echter EEG-Daten erhaltenen Resultate hingegen sollen dem realen Anwendungsfall weitgehend angenäherte Testdaten bereitgestellt werden.

Über die Erzeugung und Untersuchung dieser Testdaten wird im Kap. 5 berichtet.

- c) Es sind Entwurfsmethoden zu entwickeln, welche die praktische Realisierung derjenigen Systeme erlauben, die sich bei Lösung der unter a) genannten Aufgabe ergeben. (Im wesentlichen handelt es sich dabei um den Entwurf von optimalen Suchfiltern). Es soll versucht werden, den Rechenaufwand so gering zu halten, daß eine adaptive Verarbeitung mit Hilfe von Laborrechnern noch möglich ist. Unter Beachtung dieser Bedingung soll der Approximationsfehler so weit wie möglich reduziert werden.

Über Entwicklung und Untersuchung von Filterentwurfsverfahren wird in Kap. 6 berichtet.

- d) Es ist zu überprüfen, inwieweit die mit Hilfe der unter Punkt a) genannten Formeln gewonnenen theoretischen Ergebnisse durch praktische Messungen verifiziert werden können. Letztere sind so durchzuführen, daß die unter Punkt b) genannten Testdaten mit den entsprechend Punkt c) realisierten Systemen verarbeitet werden. Dabei ist die Korrelationsanalyse sowohl in der von Woody /1-9/ vorgeschlagenen als auch in der unter a) genannten, optimal an farbiges Rauschen angepaßten Form anzuwenden. Durch Vergleich der in beiden Fällen erhaltenen Resultate ist abzuschätzen, inwieweit sich die Leistungsfähigkeit der Korrelationsanalyse durch die Anpassung an farbiges Rauschen erhöhen läßt.

Durchführung und Ergebnisse dieser Untersuchungen werden im Kap. 7 beschrieben.

- e) Es soll ein praktisches Zuverlässigkeits-Testverfahren für die Korrelationsanalyse entwickelt werden. Mit diesem Test soll nach jeder Durchführung der Korrelationsanalyse abgeschätzt werden können, wie häufig unzulässig große Abweichungen zwischen dem gemessenen Zeitverschiebungsschätzwert und der wahren Zeitverschiebung der verborgenen evozierten Potentiale aufgetreten sind.

Dieses Testverfahren wird im Kap. 8 beschrieben.

f) Die Korrelationsanalyse ist, wieder in den beiden unter d) genannten Ausführungsformen, auf im EEG verborgene evozierte Potentiale anzuwenden. Durch Verarbeitung einer größeren Zahl von EEG-Datensätzen ist zu untersuchen, welche Verbesserung durch die Anpassung der Korrelationsanalyse an die AKF der EEG-Hintergrundaktivität bei Originaldaten möglich ist. Dabei ist stets auch das entsprechend Punkt e) entwickelte Zuverlässigkeitstestverfahren anzuwenden, um

1. es in der Praxis zu erproben und
2. einen Überblick über die Zuverlässigkeit der Korrelationsanalyse zu gewinnen, wenn letztere in der physiologischen Meßpraxis angewendet wird.

Über diese Untersuchungen wird im Kap. 9 berichtet.

4. THEORETISCHE HERLEITUNG EINES VERFAHRENS ZUR SCHÄTZUNG DER ZEITVERSCHIEBUNG EVOZIERTER POTENTIALE

In diesem Kapitel wird mit Hilfe der Statistischen Signalschätzungstheorie (z.B. /2-1/ bis /2-3/) ein Verfahren zur bestmöglichen Extraktion der Zeitverschiebung λ_m evozierter Potentiale entwickelt. Dabei wird der in Abschnitt 2.2.1 definierte Amplitudenfaktor A_m ebenfalls geschätzt und für die Bewertung der Zeitverschiebungs-Schätzwerte verwendet.

Die Herleitung erfolgt in allgemeiner Form in der Terminologie der Statistischen Signalschätzungstheorie. Die bei der Korrelationsanalyse evozierter Potentiale im EEG des Menschen vorgegebenen Randbedingungen und üblichen Grundannahmen (vgl. Abschn. 2.2.1) werden jedoch berücksichtigt. Damit läßt sich das zu lösende Parameterextraktionsproblem folgendermaßen formulieren:

Vorgegeben sei eine Zeitfunktion

$$x(t) = \begin{cases} r_1(t), & \text{wenn kein Signal vorhanden ist} \\ r_1(t) + s_1(t, A, \lambda), & \text{wenn ein Signal vorhanden ist.} \end{cases} \quad (4-1)$$

Dabei ist $r_1(t)$ eine Musterfunktion eines ergodischen stationären Rauschprozesses $\{r_1(t)\}$ mit gaußscher Amplitudenverteilung, dem linearen Mittelwert Null und der Streuung σ_{r_1} . Die Autokorrelationsfunktion (AKF) $\varphi_{r_1 r_1}(\tau)$ des Rauschprozesses $\{r_1(t)\}$ sei bekannt. Für das deterministische Signal $s_1(t, A, \lambda)$ soll gelten:

$$s_1(t, A, \lambda) = A \cdot s_0(t - \lambda) \quad , \quad (4-2)$$

wobei $s_0(t)$ ein bekanntes Referenzsignal ist, der Amplitudenfaktor A und die Zeitverschiebung λ [die "Ankunftszeit" des Signals $s_1(t, A, \lambda)$] aber statistisch schwankende Parameter sind.

Die Dauer des Signals $s_1(t, A, \lambda)$ sei endlich. Die Verteilungsdichten von $\{A\}$ und $\{\lambda\}$, die sich bei Ankunft eines Ensembles von Signalen $\{s_1(t, A, \lambda)\}$ ergeben, sind unbekannt.

Es wird nun die Aufgabe gestellt, mit Hilfe von $s_0(t)$ aus $x(t)$ möglichst gute Schätzwerte $\hat{A}$ und $\hat{\lambda}$ für die Parameter A und λ eines jeden ankommenden Signals $s_1(t, A, \lambda)$ zu extrahieren.

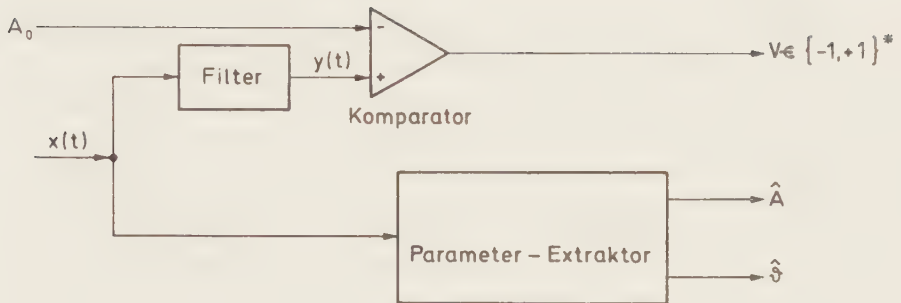
Unter den obigen Voraussetzungen ist das hierfür am besten geeignete System ein sog. "maximum-likelihood-detector" (MLD) nach Helstrom /2-1/.

4.1 Der "maximum-likelihood-detector" - ein System zur Parameterextraktion bei Signalen unbekannter Ankunftszeit

Ein "maximum-likelihood-detector" (MLD) liefert im Sinne des "maximum-likelihood"-Prinzips (z.B. /4-1/) optimale Schätzwerte $\hat{A}$ und $\hat{\lambda}$ für ein Signal $s_1(t, A, \lambda)$, wenn dieses innerhalb eines Beobachtungsintervalls T im Eingangssignal $x(t)$ des MLD vorkommt.

Da die Ankunftszeit λ des Signals nicht bekannt ist und T beliebig groß gewählt werden kann, muß kontinuierlich fortlaufend geprüft werden, ob ein Signal aufgetreten ist. Erst wenn dies der Fall ist, werden die Parameterschätzwerte $\hat{A}$ und $\hat{\lambda}$ entnommen. Das Vorhandensein eines Signals $s_1(t, A, \lambda)$ wird angenommen, wenn das Ausgangssignal $y(t)$ eines Filters, dessen Struktur in diesem Abschnitt hergeleitet wird, einen festgelegten Schwellwert A_0 überschreitet. Für den MLD kann somit das in Bild 4-1 dargestellte allgemeine Blockschaltbild angegeben werden.

Infolge des stets vorhandenen Rauschens $\{r_1(t)\}$ kann $y(t)$ mit einer Wahrscheinlichkeit $Q_0 > 0$ auch dann die Schwelle überschreiten, wenn kein Signal aufgetreten ist. Ein solches Ereignis nennt man "Fehlalarm" und Q_0 dementsprechend "Fehlalarmwahrscheinlichkeit". Sie wird üblicherweise beim Detektorentwurf als unabhängige Variable vorgegeben. Wegen des überlagerten Rauschens $\{r_1(t)\}$ ist die Wahrscheinlichkeit Q_d



* $V = +1$: Annahme, Signal sei vorhanden;
 $V = -1$: Annahme, Signal sei nicht vorhanden.

Bild 4-1: Allgemeines Blockschaltbild eines "maximum-likelihood-detectors".

(Der Parameterextraktor liefert nur dann sinnvolle Schätzwerte $\hat{A}$ und $\hat{\sigma}$, wenn $V = +1$ ist.)

dafür, daß $y(t)$ bei Vorhandensein eines Signals den Schwellwert übersteigt, kleiner als Eins. Q_d wird "Detektionswahrscheinlichkeit" genannt. Sie läßt sich berechnen, wenn man anstelle der unbekannten Verteilungsdichte von $\{A\}$ eine besonders ungünstige Verteilung ("least favourable distribution") annimmt. Üblicherweise wird angenommen, alle Signale hätten den konstanten Amplitudenfaktor $A_{\min}$. Die Berechnung von Q_d liefert somit eine untere Schranke für die bei der Anwendung zu erwartende Detektionswahrscheinlichkeit.

Sind allgemein N Parameter, $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ eines Signals $s_1(t, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ im Sinne des "maximum-likelihood"-Prinzips zu schätzen, so läßt sich durch eine Entwicklung von $x(t)$ in orthogonale Funktionen zeigen [2-1], daß man die entsprechenden Schätzwerte $\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \dots, \hat{\alpha}_N$ erhält, wenn man die quadratische Form

$$L_Q = \int_0^T \int_0^T [x(t) - s_1(t, \underline{\alpha})] \chi(t, u) [x(u) - s_1(u, \underline{\alpha})] dt du \quad (4-3)$$

minimiert. Dabei ist $\underline{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)^T$ der Parametervektor, $[0, T]$ das Beobachtungsintervall, innerhalb dessen $x(t)$ auf das Erscheinen eines Signals $s_1(t, \underline{\alpha})$ hin überwacht wird, und $\chi(t, u)$ ist der zu $\varphi(t, u)$ inverse Kern einer fredholmschen Integralgleichung. $\varphi(t, u)$ ist die AKF des Eingangsrauschens $\{r_1(t)\}$, wobei wegen der hier vorausgesetzten Stationarität gilt:

$$\varphi(t, u) = \varphi_{r_1 r_1}(t - u) \quad (4-4)$$

$\chi(t, u)$ muß dann die Bedingungsgleichung

$$\int_0^T \varphi(t, u) \cdot \chi(v, u) dv = \int_0^T \varphi_{r_1 r_1}(t - u) \cdot \chi(v, u) dv = \begin{cases} 1 & \text{für } t=u \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4-5)$$

mit $t, u \in [0, T]$ erfüllen.

Die notwendige Bedingung für ein Minimum von L_Q bezüglich aller α_v ,

$$\frac{\partial L_Q}{\partial \alpha_v} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für } v = 1, 2, \dots, N \quad (4-6)$$

liefert unter Berücksichtigung der Tatsache, daß mit $\varphi(t, u)$ auch $\chi(t, u)$ symmetrisch zur Geraden $t=u$ ist

$$\int_0^T \int_0^T \frac{\partial s_1(t, \underline{\alpha})}{\partial \alpha_v} \cdot \chi(t, u) [x(u) - s_1(u, \underline{\alpha})] dt du = 0 \quad (4-7)$$

für $v = 1, 2, \dots, N$.

Die Umformung

$$\int_0^T [x(u) - s_1(u, \underline{\alpha})] \int_0^T \frac{\partial s_1(t, \underline{\alpha})}{\partial \alpha_v} \cdot \chi(t, u) dt du = 0,$$

$v = 1, 2, \dots, N$,

ermöglicht die Vereinfachung

$$\int_0^T \frac{\partial q(u, \underline{a}, T)}{\partial \underline{a}_v} [x(u) - s_1(u, \underline{a})] du = 0, \quad v = 1, 2, \dots, N \quad (4-8),$$

wobei

$$q(u, \underline{a}, T) = \int_0^T x(t, u) \cdot s_1(t, \underline{a}) dt \quad . \quad (4-9)$$

Mit Gl. (4-5) läßt sich daraus die für die praktische Berechnung günstigere Bedingungsgleichung

$$\int_0^T \varphi_{r_1} r_1(u-t) \cdot q(t, \underline{a}, T) dt = s_1(u, \underline{a}), \quad u \in [0, T] \quad (4-10)$$

gewinnen.

Für den vorliegenden Anwendungsfall ergeben sich aus Gl. (4-8) die Gleichungen

$$\int_0^T \frac{\partial q(t, A, \lambda, T)}{\partial A} [x(t) - A \cdot s_0(t-\lambda)] dt = 0 \quad (4-11)$$

und

$$\int_0^T \frac{\partial q(t, A, \lambda, T)}{\partial \lambda} [x(t) - A \cdot s_0(t-\lambda)] dt = 0 \quad . \quad (4-12)$$

Die Auswertung dieses Gleichungssystems ist ziemlich aufwendig. Eine einfachere Herleitung des MLD ist möglich, wenn man Gl. (4-2) bereits in Gl. (4-3) einsetzt. Diese Lösungsmethode wird in /2-1/ angewendet auf den Fall, daß $\{r_1(t)\}$ als Schmalbandrauschen beschrieben werden kann. Das EEG stellt aber i.a. breitbandiges farbiges Rauschen dar. Ein an solches Rauschen angepaßter MLD soll nun hergeleitet werden.

Einsetzen von $s_1(t, A, \lambda)$ entsprechend Gl. (4-2) in Gl. (4-3) und Ausmultiplizieren ergibt

$$L_q = \int_0^T \int_0^T [x(t)x(u)x(t,u) - x(t)x(t,u)A \cdot s_0(u-\lambda) - x(u)x(t,u)A \cdot s_0(t-\lambda) + A^2 \cdot s_0(t-\lambda)x(t,u)s_0(u-\lambda)] dt du.$$

Wegen der Symmetrie von $\chi(t,u)$ gilt

$$L_Q = \int_0^T \int_0^T \left[\chi(t) \chi(u) \chi(t,u) - 2A \chi(u) \chi(t,u) s_0(t-\tau) + A^2 s_0(t-\tau) \chi(t,u) s_0(u-\tau) \right] dt du \quad (4-13)$$

L_Q soll zunächst bezüglich A minimiert werden. Aus der notwendigen Bedingung

$$\frac{\partial L_Q}{\partial A} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{folgt}$$

$$- 2 \int_0^T \int_0^T \chi(u) \chi(t,u) s_0(t-\tau) dt du + 2A \int_0^T \int_0^T s_0(t-\tau) \chi(t,u) \cdot s_0(u-\tau) dt du = 0$$

A läßt sich also im Sinne des "maximum-likelihood"-Prinzips abschätzen durch

$$\hat{A} = \frac{\int_0^T \int_0^T \chi(u) \chi(t,u) s_0(t-\tau) dt du}{\int_0^T \int_0^T s_0(t-\tau) \chi(t,u) s_0(u-\tau) dt du} \quad (4-14)$$

Analog zu Gl. (4-9) wird $q_0(u-\tau, T)$ definiert durch

$$q_0(u-\tau, T) = \int_0^T \chi(u, t) s_0(t-\tau) dt \quad (4-15)$$

Damit vereinfacht sich Gl. (4-14) zu

$$\hat{A} = \frac{\int_0^T \chi(u) q_0(u-\tau, T) du}{\int_0^T s_0(u-\tau) q_0(u-\tau, T) du} \quad (4-16)$$

Zum Nachweis, daß die hinreichende Bedingung für ein Minimum erfüllt ist, ist zu zeigen, daß

$$\frac{\partial^2 L_Q}{\partial A^2} = 2 \int_0^T \int_0^T s_0(t-\tau) \chi(t,u) s_0(u-\tau) dt du \quad (4-17)$$

größer als Null ist. Die Beziehung

$$s_0(u-\lambda) = \int_0^T \varphi(t,u) q_0(t-\lambda, T) dt \quad (4-18)$$

folgt aus Gl. (4-15) mit Gl. (4-5). Einsetzen von Gl. (4-15) und Gl. (4-18) in Gl. (4-17) liefert

$$\frac{\partial^2 L_q}{\partial A^2} = 2 \int_0^T \int_0^T q_0(t-\lambda, T) \varphi(t,u) q_0(u-\lambda, T) dt du \quad (4-19)$$

In /2-1/ wird nachgewiesen, daß diese quadratische Form für nicht identisch verschwindende Funktionen $q_0(t, T)$ und $\varphi(t, u)$ stets größer als Null ist.

Einsetzen von Gl. (4-14) in Gl. (4-13) ergibt den Minimalwert von L_q bezüglich A

$$\begin{aligned} \text{Min}_A \{L_q\} &= \int_0^T \int_0^T x(t)x(u)\chi(t,u) dt du \\ &- \frac{\left[\int_0^T \int_0^T x(u)\chi(t,u)s_0(t-\lambda) dt du \right]^2}{\int_0^T \int_0^T s_0(t-\lambda)\chi(t,u)s_0(u-\lambda) dt du} \quad (4-20) \end{aligned}$$

Nun ist noch das absolute Minimum dieses Ausdrucks bezüglich λ zu suchen. Dies kann nicht durch Differenzieren geschehen, denn es werden, abhängig vom Verlauf der Funktionen $\chi(t, u)$, $s_0(t)$ und $x(t)$, i.a. mehrere relative Minima auftreten. Um das absolute Minimum trotzdem zu finden, soll zunächst eine möglichst einfache Minimierungsbedingung aus Gl. (4-20) abgeleitet werden:

Das erste Doppelintegral in Gl. (4-20) ist unabhängig von λ . Der Nenner des Bruches in Gl. (4-20) ist dann nicht von λ abhängig, wenn λ nur innerhalb gewisser Grenzen schwanken darf und das Beobachtungsintervall $[0, T]$ so groß gewählt wird, daß für jedes zulässige λ der gesamte Verlauf von $s_0(t-\lambda)$ darin enthalten ist. In diesem Fall ergibt sich keine Änderung von L_q , wenn man ein unendlich ausgedehntes Beobachtungsintervall annimmt. Die gesuchte Minimierungsbedingung lautet also

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(u)\chi(t,u)s_0(t-\lambda) dt du \right]^2 \stackrel{!}{=} \text{Max} \quad (4-21)$$

Durch Einsetzen von Gl. (4-15) vereinfacht sie sich zu

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(u) q_0(u-\hat{\lambda}) du \right]^2 \stackrel{!}{=} \text{Max} \quad . \quad (4-22)$$

Gl. (4-22) kann nur dadurch ausgewertet werden, daß das Integral für alle Werte von $\hat{\lambda}$, für die der Integrand nicht identisch verschwindet, gelöst wird. Die dabei entstehende Funktion $y(\hat{\lambda})$ ist zu quadrieren. Das absolute Maximum von $y^2(\hat{\lambda})$ ist aufzusuchen. Der Zeitpunkt dieses Maximums bildet den "maximum-likelihood"-Schätzwert $\hat{\lambda}$ für die Zeitverschiebung λ von $s_1(t, A, \lambda)$ gegen $s_0(t)$.

Zur praktischen Berechnung der Schätzwerte $\hat{A}$ und $\hat{\lambda}$ kann ein Filter mit der Impulsantwort

$$h(t) = q_0(t_0 - t) \quad (4-23)$$

verwendet werden. Dabei ist t_0 ein freier Parameter, der bei der Herleitung einer Filter-Entwurfsvorschrift physikalisch gedeutet wird. Wird Gl. (4-23) in Gl. (4-16) und Gl. (4-22) eingesetzt, so ergeben sich die Gleichungen

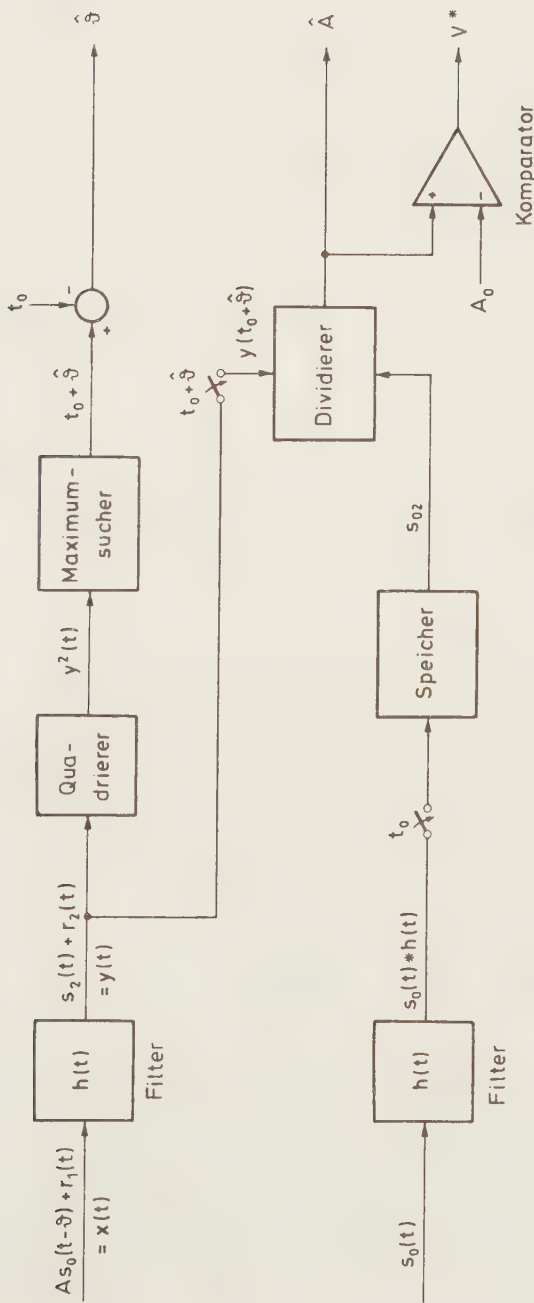
$$A = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x(u) h(t_0 + \lambda - u) du}{\int_{-\infty}^{\infty} s_0(u - \lambda) h(t_0 + \lambda - u) du} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x(u) h(t_0 + \lambda - u) du}{\int_{-\infty}^{\infty} s_0(u) h(t_0 - u) du} \quad (4-24)$$

und

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(u) h(t_0 + \lambda - u) du \right]^2 \stackrel{!}{=} \text{Max} \quad . \quad (4-25)$$

Die darin auftretenden Integrale stellen Faltungsintegrale dar. Man kann daher alle für die Schätzung von A und λ erforderlichen Größen durch Verarbeitung von $x(t)$ und $s_0(t)$ mit dem angegebenen Filter erhalten.

Nun können die Funktionsblöcke des in Bild 4-1 dargestellten MLD entsprechend Gl. (4-24) und Gl. (4-25) spezifiziert werden. Das sich daraus ergebende detailliertere Blockschaltbild zeigt Bild 4-2.



* $V = +1$: Annahme, Signal sei vorhanden;
 $V = -1$: Annahme, Signal sei nicht vorhanden.

Bild 4-2: Blockschaltbild des "maximum-likelihood-detectors" nach Gl. (4-24) und Gl. (4-25)

Aus Gl. (4-18) und Gl. (4-23) kann eine Entwurfsvorschrift für das Filter hergeleitet werden: Auch in Gl. (4-18) kann unter den genannten Voraussetzungen das Beobachtungsintervall auf $[-\infty, \infty]$ ausgedehnt werden:

$$s_0(u-\mathfrak{A}) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(v,u) q_0(v-\mathfrak{A}) dv \quad . \quad (4-26)$$

Mit Gl. (4-4) und Gl. (4-23) folgt

$$s_0(u-\mathfrak{A}) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}(v-u) h(t_0+\mathfrak{A}-v) dv \quad .$$

Die Substitution $t = t_0 + \mathfrak{A} - u$ liefert

$$s_0(t_0-t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}(v-t_0-\mathfrak{A}+t) h(t_0+\mathfrak{A}-v) dv \quad ,$$

und eine weitere Substitution $u = t_0 + \mathfrak{A} - v$ führt auf die Bedingungsgleichung für die Impulsantwort des Filters

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}(t-u) h(u) du = s_0(t_0-t) \quad . \quad (4-27)$$

Es handelt sich also um ein optimales Suchfilter mit der Grundverzögerung t_0 , das sowohl an das Signal $s_0(t)$ als auch an den Rauschprozeß $\{r_1(t)\}$ angepaßt ist. Es ist bis auf einen konstanten Amplitudenfaktor identisch mit dem Suchfilter, das der in /2-17/ angegebene und in /1-10/ verwendete Ansatz liefert. Die Wirkungsweise des optimalen Suchfilters wird im Bild 4-3 veranschaulicht, getrennt für deterministische und stochastische Zeitfunktionsanteile.

Der im Bild 4-2 dargestellte MLD kann im Hinblick auf die vorgesehene Anwendung vereinfacht werden:

Die Quadrierung des Signals $y(t)$ am Filterausgang ist nur dann erforderlich, wenn auch Signale mit negativem Amplitudenfaktor A detektiert werden sollen. Sollte aber bei der Messung evozierter Potentiale tatsächlich ein Signalverlauf detektierbar sein, der Ähnlichkeit mit dem invertierten Signal $-|A|s_0(t-\mathfrak{A})$ hat, so kann man in der Regel annehmen, daß es sich nicht um das gesuchte evozierte Potential sondern um

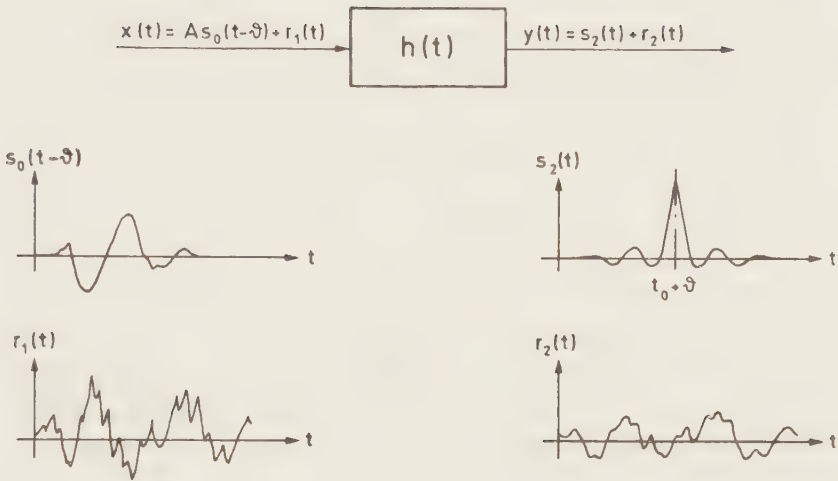


Bild 4-3: Optimales Suchfilter und zugeordnete Signale

einen Ausschnitt aus dem Hintergrund-EEG handelt. Deshalb werden im folgenden solche Signalverläufe von der Detektion ausgeschlossen. Dies wird durch Weglassen des Quadrierers (vgl. Bild 4-2) erreicht.

Unter der bisherigen Voraussetzung, daß $s_0(t)$ die Kurvenform des gesuchten Signals $s_1(t, A, \vartheta)$ exakt beschreibt, kann mit den Schätzwerten $\hat{A}$ und $\hat{\vartheta}$ das Signal $s_1(t, A, \vartheta)$ im Sinne des "maximum-likelihood"-Prinzips optimal rekonstruiert werden. Diese Voraussetzung kann jedoch bei der Messung evozierter Potentiale nicht als gegeben angenommen werden. Wie bereits in Abschn. 2.2.1 erwähnt, liefert aber die Korrelationsanalyse mit anschließender "potentialsynchroner" Mittelung unter bestimmten Bedingungen auch dann noch konsistente Schätzwerte für das Signal $s_1(t, A, \vartheta)$. Deshalb soll hier nur diese Anwendungsform der Korrelationsanalyse weiterbehandelt werden. Wie Bild 2-6 zeigt, wird dabei der Schätzwert $\hat{A}$ für

die Berechnung des gemittelten evozierten Potentials $\bar{e}(t)$ nicht direkt benötigt. Er ist vielmehr nur für die Detektorentscheidung über das Vorhandensein eines Signals $s_1(t, A, \hat{\theta})$ erforderlich. Diese Entscheidung läßt sich aber auch mit Hilfe des Abtastwertes

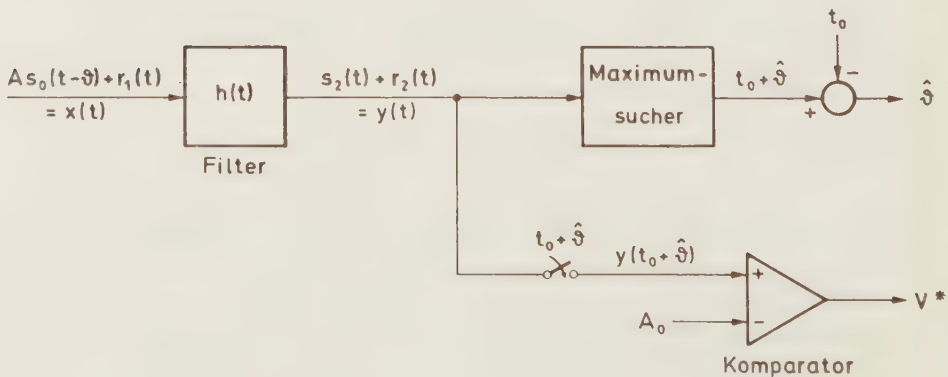
$$y(t_0 + \hat{\theta}) = s_{02} \cdot \hat{A} \quad (4-28)$$

herbeiführen; denn der Faktor

$$s_{02} = \int_{-\infty}^{\infty} h(u) \cdot s_0(t_0 - u) du \quad (4-29)$$

ist für eine bestimmte Impulsantwort $h(t)$ konstant. Damit ist die in Bild 4-2 dargestellte Division durch s_{02} entbehrlich. (Selbstverständlich muß die dadurch bewirkte Maßstabsänderung bei der Festlegung des Schwellwertes A_0 berücksichtigt werden.)

Das Blockschaltbild des vereinfachten MLD ist im Bild 4-4 dargestellt.



* $V = +1$: Annahme, Signal sei vorhanden;
 $V = -1$: Annahme, Signal sei nicht
 vorhanden.

Bild 4-4: Blockschaltbild des vereinfachten "maximum-likelihood-detectors".

4.2 Berechnung des Detektorschwellwerts

Der Fall eines Fehlalarms ist gegeben, wenn innerhalb des Beobachtungsintervalls $[0, T]$ das Ausgangssignal $y(t)$ des Suchfilters mindestens einmal die Schwelle A_0 überschreitet, obwohl kein Signal $s_1(t, A, \lambda)$ im Eingangssignal $x(t)$ vorbor-gen war. Die Fehlalarmwahrscheinlichkeit

$$Q_0 = 1 - W\{y(t) < A_0 \text{ für } 0 \leq t \leq T \mid s_1(t, A, \lambda) \equiv 0\} \quad (4-30)$$

soll nun in Abhängigkeit von A_0 ermittelt werden. Weil, wie bereits erwähnt, beim Entwurf des MLD üblicherweise Q_0 vor-gegeben wird, ist anschließend die gefundene Formel umzu-kehren, so daß A_0 berechnet werden kann.

Im allgemeinen können nur Näherungsformeln für Q_0 angegeben werden. Eine im vorliegenden Fall anwendbare Näherung /2-1/ ist genügend genau, wenn Q_0 klein und das Beobachtungsinter-vall sehr lang ist. Dann kann eine über das gesamte Beobach-tungsintervall konstante Fehlalarmrate $\eta(A_0)$ angegeben wer-den, so daß die mittlere Zahl an Schwellenüberschreitungen in einem kleinen Zeitintervall dt

$$n_{dt} = \eta(A_0) \cdot dt \quad (4-31)$$

ist. Die von Rice /4-2/ erstmals angegebene Formel für $\eta(A_0)$ lautet

$$\eta(A_0) = \int_{-\infty}^{\infty} v \cdot p_{yy}(A_0, v) dv \quad (4-32)$$

mit $\dot{y}(t) = \frac{d}{dt} y(t)$.

Gemäß Gl. (4-30) ist die Verbundverteilungsdichte $p_{yy}(A_0, v)$ für den Fall $\{y(t)\} = \{r_2(t)\}$ zu berechnen. Da der Rausch-prozeß $\{r_2(t)\}$ durch Faltung mit $h(t)$ aus $\{r_1(t)\}$ entsteht, kann er als gaußverteilt und, sofern $\{r_1(t)\}$ keine Singulari-täten enthält, auch als differenzierbar angenommen werden. Seine AKF sei $\varphi_{r_2 r_2}(\tau)$. Dann gilt (z.B. /2-17/, /4-3/):

$$\dot{r}_2(t) = 0 \quad (4-33)$$

$$\dot{r}_2^2(t) = - \frac{d^2}{d\tau^2} \varphi_{r_2 r_2}(\tau) \Big|_{\tau=0} = - \varphi''_{r_2 r_2}(0) = |\varphi''_{r_2 r_2}(0)| \quad (4-34)$$

$\{r_2(t)\}$ und $\{\dot{r}_2(t)\}$ können als gaußverteilt und statistisch voneinander unabhängig angenommen werden, so daß folgt:

$$p_{YY}(u, v) = p_{r_2 \dot{r}_2}(u, v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \varphi_{r_2 r_2}(0)}} \exp \left(- \frac{u^2}{2\varphi_{r_2 r_2}(0)} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi |\varphi''_{r_2 r_2}(0)|}} \exp \left(- \frac{v^2}{2|\varphi''_{r_2 r_2}(0)|} \right) \quad (4-35)$$

Eingesetzt in Gl. (4-32) ergibt dies

$$\eta(A_0) = \frac{\exp \left(- \frac{A_0^2}{2\varphi_{r_2 r_2}(0)} \right)}{2\pi \sqrt{\varphi_{r_2 r_2}(0) \cdot |\varphi''_{r_2 r_2}(0)|}} \int_0^\infty v \cdot \exp \left(- \frac{v^2}{2|\varphi''_{r_2 r_2}(0)|} \right) dv \quad (4-36)$$

Mit (Gl. 7.4.5 aus /4-4/)

$$\int_0^\infty v \cdot \exp \left(- \frac{v^2}{2|\varphi''_{r_2 r_2}(0)|} \right) dv = |\varphi''_{r_2 r_2}(0)|$$

wird

$$\eta(A_0) = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{|\varphi''_{r_2 r_2}(0)|}{\varphi_{r_2 r_2}(0)}} \exp \left(- \frac{A_0^2}{2\varphi_{r_2 r_2}(0)} \right) \quad (4-37)$$

Mit Hilfe der Fehlalarmrate $\eta(A_0)$ kann man nun die Fehlalarmwahrscheinlichkeit Q_0 folgendermaßen errechnen:

Aus der vorausgesetzten Kleinheit von Q_0 kann gefolgert werden, daß die wenigen Spitzenwerte von $r_2(t)$, die A_0 überschreiten, im Mittel einen großen zeitlichen Abstand haben.

Dann kann man annehmen, diese seien nicht miteinander korreliert. Aufgrund dessen kann die Zahl der Schwellenüberschreitungen im Beobachtungsintervall $[0, T]$ als poissonverteilt angenommen werden, mit der Verteilungsdichte

$$p_n(T) = \frac{[\eta(A_0) \cdot T]^n}{n!} \cdot e^{-\eta(A_0)T} \quad (4-38)$$

Dabei gibt n die Zahl der Schwellenüberschreitungen innerhalb $[0, T]$ an. $p_0(T)$ ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, daß innerhalb $[0, T]$ kein Fehlalarm auftritt und damit wird

$$Q_0 = 1 - p_0(T) = 1 - e^{-\eta(A_0)T} \quad (4-39)$$

Nun soll aus Gl. (4-39) eine Formel für A_0 hergeleitet werden. Nach Umstellung von Gl. (4-39) und Einsetzen einer umgestellten Form von Gl. (4-37) folgt

$$\ln \left[\frac{2\pi \cdot \ln(1-Q_0)}{T} \cdot \sqrt{\frac{\varphi_{r_2 r_2}(0)}{|\varphi_{r_2 r_2}''(0)|}} \right] = - \frac{A_0^2}{2 \varphi_{r_2 r_2}(0)}$$

und schließlich

$$A_0 = \pm \sqrt{-2 \varphi_{r_2 r_2}(0) \cdot \ln \left[- \frac{2\pi \cdot \ln(1-Q_0)}{T} \sqrt{\frac{\varphi_{r_2 r_2}(0)}{|\varphi_{r_2 r_2}''(0)|}} \right]} \quad (4-40)$$

Negative Werte von A_0 können unberücksichtigt bleiben, weil A auf positive Werte beschränkt wurde. A_0 ist nur dann reell, wenn

$$- \frac{2\pi \cdot \ln(1-Q_0)}{T} \cdot \sqrt{\frac{\varphi_{r_2 r_2}(0)}{|\varphi_{r_2 r_2}''(0)|}} \leq 1 \quad (4-41)$$

gilt. Daraus folgt für die vorgegebene Fehlalarmwahrscheinlichkeit die Bedingung

$$Q_0 \leq Q_{0_{\max}} = 1 - \exp \left[- \frac{T}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{|\varphi''_{r_2 r_2}(0)|}{\varphi_{r_2 r_2}(0)}} \right]. \quad (4-42)$$

Solange T genügend groß gewählt werden kann, bildet Gl. (4-42) keine Einschränkung für praktische Anwendungen.

4.3 Berechnung der Detektionswahrscheinlichkeit

Die exakte Berechnung der Detektionswahrscheinlichkeit Q_d von Signalen mit schwankender Ankunftszeit ist äußerst schwierig, denn das Ausgangssignal $y(t)$ des Suchfilters ist nicht stationär, d.h. seine statistischen Parameter (z.B. linearer und quadratischer Mittelwert) werden zeitabhängig. Unter gewissen Voraussetzungen kann jedoch eine Näherungsformel für Q_d aus einem stationären Modell des Detektionsfalls hergeleitet werden. Diese Herleitung soll im folgenden vorgenommen werden.

Nimmt man für $\{A\}$ die ungünstige Verteilung ("least favourable distribution")

$$A = A_{\min} = \text{const} \quad (4-43)$$

an, so schwankt $s_1(t, A, \mathfrak{A})$ nur noch hinsichtlich $\mathfrak{A}$. Wegen der vorausgesetzten Ergodizität und Stationarität von $\{r_2(t)\}$ sind dann aber die statistischen Eigenschaften von $y(t)$ in jedem Ankunftszeitpunkt $\mathfrak{A}$ eines Signals $s_1(t, A, \mathfrak{A})$ gleich. Es kann deshalb mit einem Ensemble $\{x(t)\}$ von Musterfunktionen $x(t)$ am Eingang des Suchfilters gerechnet werden, wobei jede Funktion $x(t)$ ein Signal $s_1(t, A, \mathfrak{A}_0)$ mit der konstanten Ankunftszeit $\mathfrak{A}_0$ enthalten soll. Trotzdem erreichen die zugehörigen Musterfunktionen $y(t)$ am Suchfilterausgang ihr absolutes Maximum nicht genau zum Zeitpunkt $t_0 + \mathfrak{A}_0$, sondern um einen zufälligen Wert

$$\Delta \mathfrak{A} = \hat{\mathfrak{A}} - \mathfrak{A}_0 \quad (4-44)$$

verschoben. Diese Zeitverschiebung ergibt sich durch die Überlagerung von $s_2(t)$ und $r_2(t)$, wie Bild 4-5 zeigt. Wenn aber das Signal-zu-Rauschverhältnis (S/R-Verh.) d nach Gl. (IV.1.13) aus /2-1/

$$d = \sqrt{\frac{\int_{-\infty}^{\infty} s_1^2(t, A, \hat{A}) dt}{G_0}} \quad (4-45)$$

(bzw. nach Gl. (IV.3.11) aus /2-1/ für farbiges Rauschen) sehr groß ist, dann ist Δy in Bild 4-5c gegen A_0 vernachlässigbar und es genügt, anstelle des absoluten Maximums von $y(t)$ den Wert $y(t_0 + \hat{A}_0)$ mit A_0 zu vergleichen.

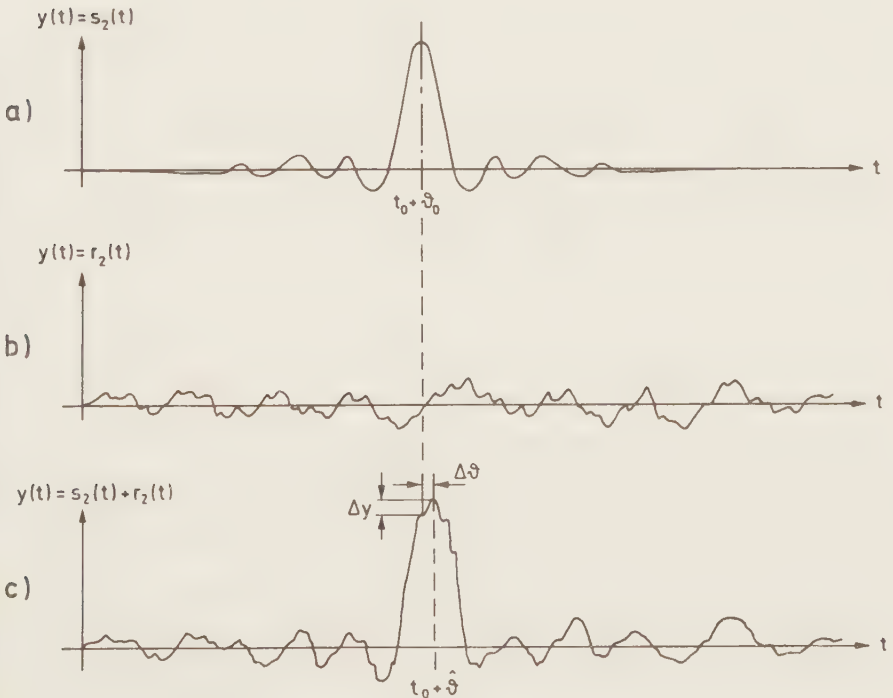


Bild 4-5: Ausgangssignal $y(t)$ des Suchfilters bei einem Eingangssignal:

- a) $x(t) = A s_0(t - A_0)$
- b) $x(t) = r_1(t)$
- c) $x(t) = A s_0(t + A_0) + r_1(t)$

Unter diesen Voraussetzungen kann eine eingeschränkte aber stationäre Definitionsgleichung für die Detektionswahrscheinlichkeit angegeben werden:

$$Q_d = W\{y(t_0 + \Delta_0) > A_0 \mid x(t) = A_{\min} \cdot s_0(t - \Delta_0) + r_1(t)\} \quad (4-46)$$

Wird

$$\{y_0\} = \{y(t_0 + \Delta_0)\} \quad (4-47)$$

eingeführt, so berechnet sich Q_d zu

$$Q_d = \int_{A_0}^{\infty} p_{y_0}(u) du \quad (4-48)$$

Es muß also zunächst die Verteilungsdichtefunktion p_{y_0} berechnet werden.

Der lineare Mittelwert der Suchfilter-Ausgangssignale zur Zeit $t_0 + \Delta_0$ wird

$$\begin{aligned} \overline{y_0} &= \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot \overline{x(t_0 + \Delta_0 - t)} dt \\ &= A_{\min} \int_{-\infty}^{\infty} h(t) s_0(t_0 - t) dt \\ &= A_{\min} \cdot s_{02} \end{aligned} \quad (4-49)$$

mit s_{02} nach Gl. (4-29). Die Varianz von $\{y_0\}$ wird durch dessen Rauschanteil $\{r_2(t_0 + \Delta_0)\}$ bestimmt. Sie ist wegen der vorausgesetzten Ergodizität und Stationarität identisch mit $\text{Var}\{r_2(t)\}$ und kann (nach /2-17/) wie folgt errechnet werden:

$$\text{Var}\{r_2(t)\} = \varphi_{r_2 r_2}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u) \int_{-\infty}^{\infty} h(v) \varphi_{r_1 r_1}(u-v) dv \cdot du \quad (4-50)$$

Mit Gl. (4-27) ergibt sich

$$\text{Var}\{r_2(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(u) s_0(t_0 - u) du = s_{02} \quad (4-51)$$

Die Verteilungsdichte $p_{y_0}(u)$ wird damit

$$p_{y_0}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\varphi_{r_2r_2}(0)}} \cdot \exp \left[-\frac{(u-A_{\min} \cdot s_{o2})^2}{2\varphi_{r_2r_2}(0)} \right] \quad (4-52)$$

Einsetzen von Gl. (4-52) in Gl. (4-48) ergibt

$$Q_d = \frac{1}{\sqrt{2\pi\varphi_{r_2r_2}(0)}} \cdot \int_{A_0}^{\infty} \exp \left[-\frac{(u-A_{\min} \cdot s_{o2})^2}{2\varphi_{r_2r_2}(0)} \right] du$$

$$Q_d = \operatorname{erfc} \left[\frac{A_0 - A_{\min} \cdot s_{o2}}{\sqrt{\varphi_{r_2r_2}(0)}} \right] \quad (4-53)$$

mit

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du \quad (4-54)$$

Eine Alternativform zu Gl. (4-53) ist

$$Q_d = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \operatorname{erf} \left[\frac{A_0 - A_{\min} \cdot s_{o2}}{\sqrt{2\varphi_{r_2r_2}(0)}} \right] \right\} \quad (4-55)$$

mit der Fehlerfunktion (z.B. /4-4/)

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du \quad (4-56)$$

4.4 Berechnung der Streuung des Ankunftszeit-Schätzwerts

Wird auf den "maximum-likelihood-detector" nur das deterministische Eingangssignal

$$x_0(t) = A_{\min} \cdot s_0(t-A_0) \quad (4-57)$$

gegeben, so gibt die Zeitdifferenz zwischen dem Maximum des Ausgangssignals $y(t)$ und t_0 exakt die Signalverzögerung λ_0 an (Bild 4-5a). Durch den Rauschanteil $r_1(t)$ des Eingangssignals

$$x(t) = A_{\min} \cdot s_0(t - \lambda_0) + r_1(t) \quad (4-58)$$

wird das Maximum von $y(t)$ zeitlich um $\Delta\lambda$ gegen $t_0 + \lambda_0$ verschoben (Bild 4-5c). Für die Streuung der Zufallsvariablen $\{\Delta\lambda\}$ soll in diesem Abschnitt eine Näherungsformel hergeleitet werden.

Hierfür muß vorausgesetzt werden, daß $\Delta\lambda$ in den meisten Fällen sehr klein ist. Dies ist sicher dann gut erfüllt, wenn das S/R-Verh. d [Gl. (4-45)] sehr groß ist. Damit ist gleichzeitig sichergestellt, daß bei der Detektion von $s_1(t, A, \lambda)$ ein Maximum von $y(t)$ entsteht, welches wesentlich größer ist als die meisten durch Fehlalarme hervorgerufenen Maxima. Eine Verwechslung von Detektions- und Fehlalarmfall ist deshalb nahezu unmöglich, so daß der letztere Fall bei der folgenden Rechnung unberücksichtigt bleiben kann.

Die notwendige Bedingung für ein Maximum von $y(t)$ lautet

$$\frac{dy(t)}{dt} = \frac{d}{dt} s_2(t) + \frac{d}{dt} r_2(t) = \dot{s}_2(t) + \dot{r}_2(t) \stackrel{!}{=} 0. \quad (4-59)$$

Von den i.a. mehreren Lösungen dieser Gleichung interessiert hier diejenige in einer engen Umgebung des absoluten Maximums von $s_2(t)$, das voraussetzungsgemäß bei $t_0 + \lambda_0$ auftritt. In diesem Zeitpunkt wird $\frac{dy(t)}{dt}$ in eine Taylorreihe entwickelt. Damit nimmt Gl. (4-59) im Punkt

$$t_m = t_0 + \hat{\lambda} = t_0 + \lambda_0 + \Delta\lambda \quad (4-60)$$

folgende Form an:

$$\begin{aligned} \left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=t_m} &= \dot{s}_2(t_0 + \lambda_0) + \Delta\lambda \ddot{s}_2(t_0 + \lambda_0) + \frac{\Delta\lambda^2}{2} \ddot{\ddot{s}}_2(t_0 + \lambda_0) + \dots \\ &+ \dot{r}_2(t_0 + \lambda_0) + \Delta\lambda \ddot{r}_2(t_0 + \lambda_0) + \frac{\Delta\lambda^2}{2} \ddot{\ddot{r}}_2(t_0 + \lambda_0) + \dots \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4-61)$$

Aufgrund der vorausgesetzten Kleinheit von $\Delta\mathfrak{A}$ können höhere Potenzen von $\Delta\mathfrak{A}$ vernachlässigt werden. Außerdem gilt (vgl. Bild 4-5a)

$$\dot{s}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0) = 0 \quad . \quad (4-62)$$

Damit folgt aus Gl. (4-61)

$$\Delta\mathfrak{A} \approx - \frac{\dot{r}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0)}{\ddot{s}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0) + \ddot{r}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0)} \quad . \quad (4-63)$$

Der Zähler der Gl. (4-63) stellt eine Zufallsgröße aus einem gaußverteilten Prozeß $\{\dot{r}_2(t)\}$ mit linearem Mittelwert Null dar. Sofern $\{r_2(t)\}$ zweimal differenzierbar ist, repräsentiert der Nenner ebenfalls einen gaußverteilten Prozeß, der aber i. a. eine andere Streuung als der Zählerprozeß und den linearen Mittelwert $\ddot{s}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0)$ hat. Es wäre daher möglich, die Verteilungsdichtefunktion der Zufallsvariablen $\Delta\mathfrak{A}$ auszurechnen. Dabei wäre aber die numerische Lösung komplizierter Integrale erforderlich (vgl. /4-3/). Gl. (4-63) kann jedoch recht gut durch

$$\Delta\mathfrak{A} \approx - \frac{\dot{r}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0)}{\ddot{s}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0)} \quad (4-64)$$

angenähert werden. Der Nachweis hierfür läßt sich indirekt führen: Würde durch den Übergang von Gl. (4-63) zu Gl. (4-64) im Mittel ein großer Fehler entstehen, so würde dieser dadurch verursacht, daß die Streuung des Prozesses $\{\ddot{r}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0)\}$ nicht klein gegen $\ddot{s}_2(t_0 + \mathfrak{A}_0)$ ist. In diesem Fall würden sich dann aber oftmals auch sehr kleine Nennerwerte ergeben, was wiederum sehr große $\Delta\mathfrak{A}$ zur Folge hätte. Dies bedeutete, daß bereits die Voraussetzung für die Gültigkeit der Gl. (4-63) ($\Delta\mathfrak{A}$ muß klein sein) nicht erfüllt wäre. Damit ist nachgewiesen, daß Gl. (4-64) keine zu grobe Näherung ist, solange Gl. (4-63) $\Delta\mathfrak{A}$ genügend genau beschreibt.

Die durch Gl. (4-64) festgelegte Zufallsvariable $\{\Delta\mathfrak{A}\}$ ist gaußverteilt mit verschwindendem linearem Mittelwert. Daher

gilt für die Streuung $\sigma_{\hat{\lambda}}$ des Ankunftszeit-Schätzwerts $\hat{\lambda}$ um den exakten Ankunftszeitpunkt λ

$$\sigma_{\hat{\lambda}} = \sqrt{\frac{\Delta \lambda^2}{2}} \approx \sqrt{-\frac{\varphi_{r_2 r_2}''(0)}{\ddot{s}_2^2(t_0 + \lambda_0)}} = \sqrt{\frac{|\varphi_{r_2 r_2}(0)|}{\ddot{s}_2^2(t_0 + \lambda_0)}} \quad (4-65)$$

4.5 Berechnung von Autokorrelationsfunktionen und Differentialquotienten von Zeitfunktionen

Aus der als bekannt vorausgesetzten AKF $\varphi_{r_1 r_1}(\tau)$ kann man (nach /2-17/) die AKF

$$\varphi_{r_2 r_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u) \int_{-\infty}^{\infty} h(v) \varphi_{r_1 r_1}(\tau + u - v) dv du \quad (4-66)$$

berechnen. Durch Einsetzen von Gl. (4-27) läßt sich Gl. (4-66) vereinfachen zu

$$\varphi_{r_2 r_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u) s_0(t_0 - \tau - u) du \quad (4-67)$$

Berücksichtigt man, daß $\varphi_{r_2 r_2}(\tau)$ zweimal nach τ abgeleitet werden muß und daß eine zeitdiskrete Realisierung des MLD vorgesehen ist (siehe Abschn. 4.6), so erscheint die AKF-Berechnung mit Hilfe der Fourier-Transformation günstiger zu sein. Hierfür lassen sich ebenfalls Beziehungen aus /2-17/ verwenden. Für die Fourier-Transformation soll hier jedoch die in /2-6/ angegebene Definition verwendet werden, um den in Abschn. 4.6 zu vollziehenden Übergang zur Diskreten Fouriertransformation (DFT) zu erleichtern. Es gilt demnach für das Leistungsdichtespektrum des Prozesses $\{r_1(t)\}$

$$G_{r_1 r_1}(\omega) = \mathcal{F}\{\varphi_{r_1 r_1}(\tau)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (4-68)$$

und für die Übertragungsfunktion des Suchfilters

$$H(j\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt \quad (4-69)$$

Dann wird das Leistungsdichtespektrum von $\{r_2(t)\}$

$$G_{r_2 r_2}(\omega) = |H(j\omega)|^2 \cdot G_{r_1 r_1}(\omega) \quad (4-70)$$

und der Nullwert der AKF von $\{r_2(t)\}$

$$\varphi_{r_2 r_2}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_{r_2 r_2}(\omega) d\omega \quad (4-71)$$

Mit der Differentiations-Eigenschaft der Fourier-Transformation /2-6/

$$\frac{du(t)}{dt} = \mathcal{F}^{-1} \{j\omega U(j\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} j\omega U(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (4-72)$$

ergibt sich die folgende Gleichung für $\varphi_{r_2 r_2}''(0)$:

$$\varphi_{r_2 r_2}''(0) = - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_{r_2 r_2}(\omega) d\omega \quad (4-73)$$

Unter Verwendung von Gl. (4-72) kann auch der in Gl. (4-65) benötigte Wert $\ddot{s}_2^2(t_0 + \Delta_0)$ berechnet werden:

$$\ddot{s}_2^2(t_0 + \Delta_0) = \left[- \frac{A_{\min}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_O(j\omega) e^{-j\omega \Delta_0} \cdot H(j\omega) e^{j\omega(t_0 + \Delta_0)} d\omega \right]^2$$

$$\ddot{s}_2^2(t_0 + \Delta_0) = \left[- \frac{A_{\min}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_O(j\omega) \cdot H(j\omega) e^{j\omega t_0} d\omega \right]^2 \quad (4-74)$$

4.6 Anwendung auf zeitdiskrete Signale und Systeme

Für die bei der Messung evozierter Potentiale vorkommenden Signale sind die in den Gleichungen (4-68) bis (4-74) auftretenden Integrale i.a. nicht geschlossen lösbar. In der Regel erfordert die näherungsweise numerische Lösung dieser Integrale einen großen Rechenaufwand. Es ist deshalb günstiger, alle im MLD vorkommenden Teilsysteme als zeitdiskrete Systeme zu realisieren. Dadurch ergeben sich außer einer Rechenzeitersparnis noch weitere Vorteile (siehe z.B. /4-5/), von denen hier besonders die hohe Flexibilität dieser Systeme

zu erwähnen ist. Sie erlaubt eine adaptive Anpassung des MLD an die EEG-Hintergrundaktivität, wenn deren statistische Eigenschaften sich mit der Zeit verändern.

Allerdings können mit zeitdiskreten Systemen nur zeitdiskrete Signalfolgen (Abtastwertefolgen) verarbeitet werden. Dies ist aber im hier vorliegenden Anwendungsfall keine Einschränkung; denn das EEG und die evozierten Potentiale können stets als mit der Grenzfrequenz f_g bandbegrenzte Zeitfunktionen betrachtet werden. Deshalb soll im folgenden angenommen werden, daß für alle vorkommenden Signale und Musterfunktionen von Rauschprozessen die Gl. (2-4) gilt. Dann wird jede solche Zeitfunktion $u(t)$ durch die zugehörige Abtastwertefolge $u(kT_a)$ vollständig beschrieben, sofern die Abtastfrequenz $f_a = \frac{1}{T_a}$ die Gl. (2-3) erfüllt.

Im folgenden wird durch Spezialisierung der bisher hergeleiteten Beziehungen ein zeitdiskreter MLD beschrieben. Viele dieser Gleichungen können direkt auch auf zeitdiskrete Signale angewendet werden. Hierfür sind Zeitfunktionen durch Impulsabtastfunktionen zu ersetzen. Aus einer Zeitfunktion $u(t)$ entsteht durch ideale Abtastung im Zeitabstand T_a die Impulsabtastfunktion

$$u_*(t) = u(t) \cdot \delta(t - kT_a) \quad , \quad k \in \mathbb{Z} \quad . \quad (4-75)$$

Wegen

$$\int_{-\infty}^{\infty} u(t) \cdot \delta(t - \tau) dt = u(\tau) \quad (4-76)$$

(z.B./2-6/) erhält man aus Integralen über Impulsabtastfunktionen Folgen von Abtastwerten der zugehörigen Zeitfunktionen.

Z.B. wird aus

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}(t-u) \cdot h(u) du = s_o(t_o - t) \quad (4-27)$$

durch Einsetzen von Impulsabtastfunktionen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}(t-u) \delta[t-u-(k-\ell)T_a] \cdot h(u) \cdot \delta(u-\ell T_a) du \\ = s_0(t_0-t) \cdot \delta[t_0-t-(k_0-k)T_a] \quad .$$

Die Integration über u liefert

$$\delta(t-kT_a) \sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}[(k-\ell)T_a] \cdot h(\ell T_a) \\ = s_0(t_0-t) \cdot \delta[t_0-t-(k_0-k)T_a] \quad .$$

Beidseitige Integration über t für jeweils einen Wert von k zeigt, daß gelten muß:

$$\sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}[(k-\ell)T_a] \cdot h(\ell T_a) = s_0[(k_0-k)T_a] \\ \text{für alle } k \in \mathbb{Z} \quad . \quad (4-77)$$

Die Zählung von Abtastintervallen anstelle der Betrachtung diskreter Abtastzeitpunkte führt schließlich auf die bei der Digitalen Signalverarbeitung (z.B. /4-5/ bis /4-7/) üblicherweise verwendeten zeitdiskreten Wertefolgen. Aus Gl. (4-77) wird dann

$$\sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1 r_1}(k-\ell) \cdot h(\ell) = s_0(k_0-k) \\ \text{für alle } k \in \mathbb{Z} \quad . \quad (4-78)$$

Die Gl. (4-72) zeigt, daß auch $\varphi_{r_2 r_2}''(\tau)$ bandbegrenzt ist, wenn, wie oben vorausgesetzt, $r_2(t)$ eine bandbegrenzte Zeitfunktion darstellt. Deshalb können auch Gleichungen, die $\varphi_{r_2 r_2}''(0)$ enthalten, problemlos diskretisiert werden.

Die praktische Berechnung von $\varphi_{r_2 r_2}''(0)$ nach Gl. (4-73) und von $s_2^2(t_0 + \Delta_0)$ nach Gl. (4-74) aus experimentell gewonnenen Daten erfordert die Diskretisierung auch dieser beiden Gleichungen. Voraussetzung dafür ist, daß die Funktionen $\varphi_{r_2 r_2}(\tau)$, $s_0(t)$ und $h(t)$ zeitbegrenzt, die zugehörigen Abtastwerte-

folgen $\varphi_{r_2 r_2}(\kappa)$, $s_o(k)$ und $h(k)$ also von endlicher Länge sind. Dies stellt für die Praxis keine Einschränkung dar, denn die begrenzte zeitliche Dauer jedes Experiments beschränkt ohnehin die Länge dieser Folgen. Haben die genannten Folgen jeweils die Länge J , so ist deren Spektrum eindeutig bestimmt durch Werte in den Frequenzpunkten

$$f_i = \frac{1}{J \cdot T_A}, \quad i = -\frac{J}{2} + 1, -\frac{J}{2} + 2, \dots, 0, \dots, \frac{J}{2} - 1, \frac{J}{2} \quad (4-79)$$

/2-6/, und es kann die DFT (z.B. /4-5/) angewendet werden. Aus Gl. (4-71) folgt dann

$$\varphi_{r_2 r_2}^{(0)} = \frac{1}{J} \sum_{i=-\frac{J}{2}+1}^{\frac{J}{2}} G_{r_2 r_2}(i) \quad , \quad (4-80)$$

die diskrete Version der Gl. (4-73) ist

$$\begin{aligned} \varphi_{r_2 r_2}^{''(0)} &= -\frac{1}{J} \sum_{i=-\frac{J}{2}+1}^{\frac{J}{2}} \left(\frac{2\pi}{J} i\right)^2 \cdot G_{r_2 r_2}(i) \\ &= -\frac{4\pi^2}{J^3} \sum_{i=-\frac{J}{2}+1}^{\frac{J}{2}} i^2 \cdot G_{r_2 r_2}(i) \end{aligned} \quad (4-81)$$

und aus Gl. (4-74) wird

$$\ddot{s}_2^2(k_o + \lambda_o) = \left[-\frac{A_{\min} \cdot 4\pi^2}{J^3} \sum_{i=-\frac{J}{2}+1}^{\frac{J}{2}} i^2 \cdot S_o(i) \cdot H(i) e^{j \frac{2\pi}{J} i k_o} \right]^2 \quad . (4-82)$$

Dabei wurden t_o und λ_o entsprechend den Ausführungen zu Beginn dieses Abschnitts durch die Indizes k_o und λ_o ersetzt.

Es ist günstig, s_{o2} nach Gl. (4-29) ebenfalls mit Hilfe der DFT zu berechnen. Dabei ergibt sich

$$s_{o2} = \frac{1}{J} \sum_{i=-\frac{J}{2}+1}^{\frac{J}{2}} S_o(i) \cdot H(i) e^{-j \frac{2\pi}{J} i k_o} \quad . (4-83)$$

4.7 Spezialisierung auf zeitdiskretes weißes Rauschen

Eine insbesondere für die Korrelationsanalyse evozierter Potentiale interessante Spezialisierung des MLD erhält man, wenn man annimmt, der stochastische Prozeß $\{r_1(t)\}$ bzw. $\{r_1(k)\}$ an dessen Eingang stelle stets weißes Rauschen dar. (Wegen der in Abschn. 4.6 erwähnten Vorteile soll im folgenden der MLD nur noch als zeitdiskretes System dargestellt werden.)

Hierfür ist zunächst zeitdiskretes weißes Rauschen zu definieren:

Ein zeitdiskreter Zufallsprozeß $\{r(k)\}$ wird als "weißes Rauschen" bezeichnet, wenn seine Autokorrelationsfolge (im folgenden ebenfalls kurz als AKF bezeichnet) $\varphi_{rr}(\kappa)$ für alle $\kappa \neq 0$ verschwindet, wenn also gilt

$$\varphi_{rr}(\kappa) = \begin{cases} \sigma_r^2 & \text{für } \kappa = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4-84)$$

mit

$$\sigma_r^2 = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{k=-\frac{L}{2}+1}^{\frac{L}{2}} r^2(k) \quad . \quad (4-85)$$

Die Anwendung der zweiseitigen Z-Transformation (z.B. /4-5/, /4-8/) auf Gl. (4-84) liefert das Leistungsdichtespektrum des weißen Rauschens

$$G_{rr}(z) = \sigma_r^2 \quad \text{für alle } z \quad . \quad (4-86)$$

Die Gleichungen, welche den auf weißes Eingangsrauschen $\{r_1(k)\}$ spezialisierten MLD charakterisieren, erhält man, indem man die Gl. (4-84) in die Gleichungen (4-78) und (4-80) bis (4-83) einsetzt. Die dabei entstehenden Beziehungen vereinfachen sich, wenn als Energie des Referenzsignals $s_0(k)$

$$E = \sum_{k=0}^{K-1} s_o^2(k) = \frac{1}{J} \sum_{i=0}^{J-1} |s_o(i)|^2, \quad J \geq K \quad (4-87)$$

definiert wird. Dabei ist K die Gesamtlänge von $s_o(k)$ und J die Länge der verwendeten DFT. Die spezialisierten Gleichungen sind in Tab. 4-1 zusammengestellt.

Nr.der allg.Gl.	spezialisierte Gleichung	Nr.der spez.Gl.
(4-78)	$h(k) = \frac{1}{\sigma_{r_1}^2} \cdot s_o(k_o - k)$	(4-88)
(4-80)	$\varphi_{r_2 r_2}(0) = \frac{E}{\sigma_{r_1}^2}$	(4-89)
(4-81)	$\varphi_{r_2 r_2}''(0) = \frac{-4\pi^2}{J^3 \sigma_{r_1}^2} \cdot \sum_{i=-\frac{J}{2}+1}^{\frac{J}{2}} i^2 \cdot s_o(i) ^2 \quad (4-90)$	
(4-82)	$\ddot{s}_2^2(k_o + \lambda_o) = \left[-\frac{A_{\min} \cdot 4\pi^2}{J^3 \sigma_{r_1}^2} \cdot \sum_{i=-\frac{J}{2}+1}^{\frac{J}{2}} i^2 s_o(i) ^2 \right]^2$ $= [A_{\min} \cdot \varphi_{r_2 r_2}''(0)]^2 \quad (4-91)$	
(4-83)	$s_{o2} = \frac{E}{\sigma_{r_1}^2}$	(4-92)

Tab. 4-1: Gleichungen, die den an weißes Rauschen angepaßten MLD charakterisieren

Die Gleichungen (4-40), (4-42), (4-53), (4-55) und (4-65) können unverändert verwendet werden, sofern die Gleichungen (4-88) bis (4-92) berücksichtigt werden. Soll das nach Gl. (4-88) berechnete Suchfilter ein kausales System darstellen, so muß

$$k_0 \geq K - 1 \quad (4-93)$$

gefordert werden.

Die Anwendung des durch Gl. (4-88) bestimmten Suchfilters auf das Eingangssignal $x(k)$ liefert das Ausgangssignal

$$\begin{aligned} y(k) &= \frac{1}{\sigma_{r_1}^2} \cdot \sum_{\ell=k_0-K+1}^{k_0} s_0(k_0-\ell) \cdot x(k-\ell) \\ &= \frac{1}{\sigma_{r_1}^2} \cdot \sum_{n=0}^{K-1} s_0(n) x(k-k_0+n) \\ y(k) &= \frac{1}{\sigma_{r_1}^2} \cdot \varphi_{s_0 x}(k-k_0) \cdot K \quad . \end{aligned} \quad (4-94)$$

Damit ist gezeigt, daß das an weißes Rauschen angepaßte Suchfilter die Korrelationsanalyse in der von Woody /1-9/ vorgeschlagenen Form realisiert (vgl. Abschn. 2.2.1).

5. ERZEUGUNG VON TESTSIGNALEN FÜR DEN "MAXIMUM-LIKELIHOOD-DETECTOR" UND UNTERSUCHUNG IHRER EIGENSCHAFTEN

In diesem Kapitel wird berichtet über die Erzeugung von Testsignalabschnitten $x_m(k)$ für den MLD und über die Bestimmung der wichtigsten statistischen Kenngrößen der dabei verwendeten Zufallsfolgen $r_1(k)$. Diese Testdaten mußten für die folgenden beiden Untersuchungen geeignet sein:

- a) Theoretische Ergebnisse, welche mit Hilfe der in Kap. 4 hergeleiteten Formeln berechnet wurden, waren experimentell zu überprüfen.
- b) Bei der Korrelationsanalyse mit "potentialsynchroner" Mittelung von Originaldaten (akustisch evozierten Potentialen im EEG des Menschen) sollte durch eine anschließende Verarbeitung von Testdaten die Zuverlässigkeit der gewonnenen gemittelten evozierten Potentiale abgeschätzt werden.

(Über die Ergebnisse dieser Untersuchungen wird in den Kapiteln 7 und 9 berichtet).

Für die unter a) genannte Aufgabe wurden mehrere Arten von Testsignalen bereitgestellt. Diese wurden, beginnend mit stark idealisierten Daten, stufenweise den Originaldaten immer mehr angenähert.

Eine Übersicht über die erzeugten Testdaten gibt die Tabelle 5-1.

Aus den in der Tab. 5-1 genannten Signalkomponenten wurden Eingangssignalabschnitte $x_m(k)$ für die Korrelationsanalyse gemäß der Beziehung

$$x_m(k) = e_k(k - \lambda_m) + r_{1_m}(k), \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (5-1)$$

gebildet. Der Index m bei $r_1(k)$ soll anzeigen, daß für jedes m ein anderer Ausschnitt aus einer fortlaufenden Rauschfolge

$r_1(k)$ verwendet wurde. Diese Testsignalabschnitte wurden für die Verarbeitung mit dem MLD in der in Abschnitt 11.3 beschriebenen Weise angeordnet und gespeichert.

Testreihe Nr.	künstliches evoziertes Potential $e_k(k)$	Zeitver- schiebung λ_m	Rauschen $r_1(k)$
1	Potentialmodell nach Abschnitt 5.2	const	weiß, gauß- verteilt, stationär
2	Potentialmodell nach Abschnitt 5.2	const	farbig, gaußverteilt, stationär ("künstliches EEG")
3	Potentialmodell nach Abschnitt 5.2	const	EEG ohne na- türliche evozierte Potentiale
4	reizsynchroner Mittel- wert aller natürlichen Potentiale	genähert gaußver- teilt	EEG mit na- türlichen evozierten Potentialen

Tab. 5-1: Testsignale für den MLD.

5.1 Rauschmodelle

5.1.1 Modelle für zeitdiskretes weißes Rauschen

Bereits im Abschn. 4.7 war zeitdiskretes weißes Rauschen $\{r(k)\}$ definiert worden als Zufallsprozeß, dessen AKF die Gl.

$$\varphi_{rr}(\kappa) = \begin{cases} \sigma_r^2 & \text{für } \kappa = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4-84)$$

erfüllt, mit σ_r^2 nach Gl. (4-85).

In der Praxis läßt sich allerdings nicht exakt feststellen, ob ein vorgegebener Zufallsprozeß $\{r(k)\}$ die Gl. (4-84) erfüllt, weil nur endlich viele Werte von $\{r(k)\}$ korreliert werden können. AKF-Schätzwerte $\hat{\varphi}_{rr}(\kappa)$, die aus $L < \infty$ Werten eines Prozesses $\{r(k)\}$ berechnet wurden, sind aber selbst Zufallsvariable. Sie schwanken daher mit einer bestimmten Varianz $\text{Var}\{\hat{\varphi}_{rr}(\kappa)\}$ um eine Mittelwert-(Erwartungswert-) Folge $\varphi_{rr}(\kappa)$. Dabei muß man noch mit einer i.a. nicht identisch verschwindenden Erwartungswertverschiebung ("bias")

$$b(\kappa) = \hat{\varphi}_{rr}(\kappa) - \varphi_{rr}(\kappa) \quad (5-2)$$

zwischen der Erwartungswertfolge und der exakten AKF rechnen /4-6/, /5-1/. Bei praktischen Anwendungen wird deshalb dann ein Prozeß $\{r(k)\}$ als "weißes Rauschen" bezeichnet, wenn ein AKF-Schätzwert $\hat{\varphi}_{rr}(\kappa)$, der aus einer hinreichend großen Zahl L von Zufallsgrößen $r(k)$ berechnet wurde, Gl. (4-84) genügend genau approximiert. Welche Zahl L dabei als hinreichend groß und welche Approximation noch als genügend genau anzusehen ist, kann nur subjektiv, unter Berücksichtigung der vorgesehenen Anwendung, entschieden werden. Außerdem ist zu beachten, daß sich für verschiedene Definitionen des AKF-Schätzwerts $\hat{\varphi}_{rr}(\kappa)$ unterschiedliche Abweichungen ergeben können /4-6/, /5-1/. Für alle Untersuchungen, über die hier zu berichten sein wird, hat sich die Definition

$$\hat{\varphi}_{rr}(\kappa) = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{L-1-|\kappa|} r(k) \cdot r(k+|\kappa|) \quad (5-3)$$

als günstig erwiesen (vgl. Abschn. 5.1.3.2 und /5-1/). Dabei wird davon ausgegangen, daß mehr als L Werte einer Musterfunktion $r(k)$ nicht verfügbar sind (andernfalls wäre es günstiger, stets bis $L-1$ zu summieren).

Anhand solcher endlich ausgedehnter AKF-Schätzwertefolgen ist es möglich, ein "diskretes Periodogramm" /4-6/, /4-7/ zu definieren als eine DFT der Länge $2L$ dieser Schätzwertefolge:

$$\hat{G}_{rr}(i) = \text{DFT} \{ \hat{\varphi}_{rr}(\kappa) \}_{2L} \quad (5-4).$$

Auch $\hat{G}_{rr}(i)$ ist eine Zufallsvariable, mit einer Varianz $\text{Var}\{\hat{G}_{rr}(i)\}$ und einer Erwartungswertverschiebung $b(i)$ /4-6/, /5-1/.

Näherungsweise weißes zeitdiskretes Rauschen läßt sich vorteilhaft mit digitalen Zufallszahlen-Generatoren großer Zykluslänge erzeugen /5-2/, /5-3/. Ein Zufallsgenerator, dessen AKF (nach Berechnungen aus /5-3/) die Gl. (4-84) weit besser approximiert als dies (wegen der ohnehin unvermeidlichen statistischen Streuung der damit gewonnenen Ergebnisse) hier gefordert werden muß, wird durch das Unterprogramm RANDU am Rechner PDP 11/45 realisiert /5-4/. Als Generator für weißes Rauschen wurde hier ausschließlich dieses Programm verwendet.

RANDU liefert aber nur eine zwischen 0 und 1 gleichverteilte Zufallsfolge $r(k)$. Für die hier durchzuführenden Untersuchungen war jedoch gaußverteiltetes Rauschen erforderlich, weil einerseits dies bei den Herleitungen in Kap. 4 stets vorausgesetzt wurde und andererseits das EEG tatsächlich oft mit recht guter Näherung als gaußverteilt angenommen werden kann /2-9/.

Durch normierte Summation von jeweils n Werten einer gleichverteilten Zufallsfolge $\{r(l)\}$ lassen sich die Zufallszahlen

$$r_{1n}(k) = \left[\text{Var} \left\{ \sum_{v=0}^{n-1} r(kn+v) \right\} \right]^{-\frac{1}{2}} \cdot \sum_{v=0}^{n-1} [r(kn+v) - \overline{r(l)}] \quad (5-5)$$

einer näherungsweise normalverteilten Folge $\{r_{1n}(k)\}$ gewinnen

/5-5/. Aus /5-5/ konnte außerdem entnommen werden, daß die Verteilung der Folge $\{r_{1n}(k)\}$ die Normalverteilung bereits

besser approximiert, als dies im vorliegenden Anwendungsfall

gefordert werden muß (in Anbetracht der unvermeidlichen statistischen Streuung aller damit gewonnenen Ergebnisse). Für $\{r_{12}(k)\}$ ergibt sich aber mit der von RANDU erzeugten Folge $\{r(k)\}$ aus Gl. (5-5) die besonders einfache Rechenvorschrift

$$r_{12}(k) = \sum_{v=0}^{11} [r(kn+v) - \frac{1}{2}] = -6 + \sum_{v=0}^{11} r(kn+v) \quad (5-6).$$

Aus programm- und speichertechnischen Gründen wurde die Streuung dieser Folge auf $\sigma = 100$ normiert. Wenn im folgenden von "weißem Rauschen $r_1(k)$ " die Rede ist, so ist stets die Folge mit den Elementen

$$r_1(k) = 100 \cdot r_{12}(k) \quad (5-7)$$

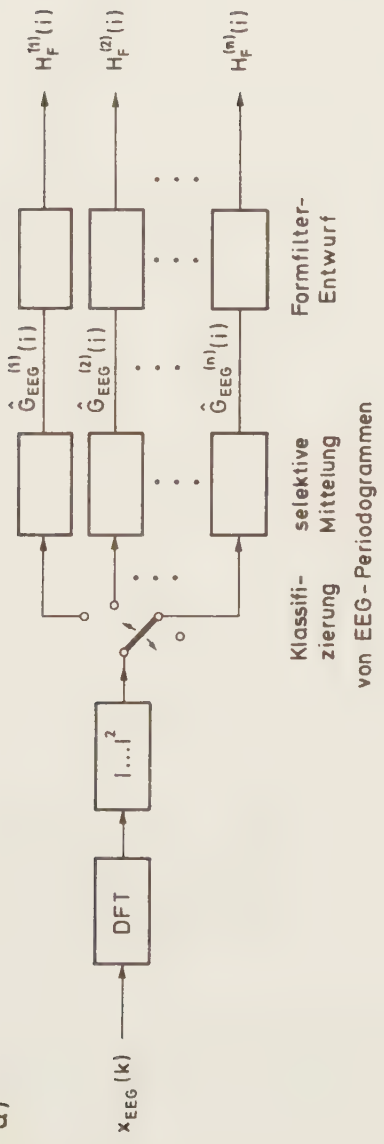
gemeint.

5.1.2 Modelle für farbiges Rauschen mit einer an EEGs angepaßten Spektralverteilung ("künstliche EEGs")

Für die zweite Testreihe wurden Rauschfolgen $r_1(k)$ benötigt, die in ihrer Spektralverteilung bereits dem später zu verarbeitenden EEG entsprachen, im Gegensatz zu diesem aber vollkommen stationär waren. Solche Zufallsprozesse, im folgenden auch als "künstliches EEG" bezeichnet, wurden durch nichtrekursive Filterung aus weißem Rauschen erzeugt. Dabei wurden verschiedene Typen von EEG-Spektralverteilungen realisiert. Bild 5-1 zeigt den Entwurf der nichtrekursiven Formfilter als Blockschema und die Filterung von weißem Rauschen.

Im folgenden sollen die Funktionsblöcke dieses Bildes näher erläutert werden, soweit dies nicht schon im Abschn. 5.1.1 geschehen ist.

a)



b)



Bild 5-1: Schema der Erzeugung von "künstlichem EEG":
a) Berechnung von Formfilter-Übertragungsfunktionen $H_F^{(v)}(i)$;
b) Filterung von weißem Rauschen.

5.1.2.1 Klassifizierung und selektive Mittelung von EEG-Spektren

Vom Institut für Physiologie und Biokybernetik der Universität Erlangen wurden EEG-Magnetbandaufnahmen zur Verfügung gestellt. Die Versuchsbedingungen bei deren Aufzeichnung und die Vorverarbeitung bis zur Speicherung als Datensatz in der Rechenanlage PDP 11/45 werden in Abschn. 11 beschrieben. Für die Untersuchungen, über die im folgenden berichtet wird, standen nach dieser Vorverarbeitung 7 Datensätze mit zusammen 609 EEG-Abschnitten zu je 512 Werten, abgetastet mit $f_a = 125$ Hz, zur Verfügung. Die Zuordnung zu Versuchspersonen bzw. Datensätzen ist in Tab. 5-2 dargestellt.

Datensatz Nr.	Versuchsperson	Abschnitte á 512 Abtastwerte
009	Yo.	85
010	Ma.	84
011	Chr.	85
012	Chr.	100
014	Zi.	85
016	Schm.	85
017	Schm.	85

Tab. 5-2: Zur Klassifizierung verwendete Datensätze

Von jedem dieser Abschnitte wurde mittels DFT ein Periodogramm berechnet und auf dem Rechnerbildschirm dargestellt. Durch eine subjektive Entscheidung anhand des betrachteten Bildes wurde jedes Periodogramm einer von sechs Klassen zugeordnet. Die verwendeten Klassifikationskriterien sind in Tab. 5-3 angegeben.

Klasse (EEG-Typ) Nr.	Kurzbezeichnung	Klassifikations- kriterium	Zahl der Perio- dogramme in die- ser Klasse
1	nur niederfre- quent	hauptsächlich nur Anteile bei $f \lesssim 5$ Hz	191
2	nur α	hauptsächlich nur Anteile in einer engen Umgebung um $f = 10$ Hz	93
3	mit höherfre- quenten Antei- len	wesentliche Anteile im Bereich $f \gtrsim 15$ Hz	128
4	niederfrequent und α	wesentliche Anteile sowohl bei $f \lesssim 5$ Hz als auch in einer Umgebung um $f = 10$ Hz, sonst keine nennens- werten Anteile	190
5	unbrauchbar	gestörte oder nicht in die Klassen 1-4 einzuordnende Peri- odogramme	7

Tab. 5-3: Kriterien für die subjektive Klassifizierung
von EEG-Periodogrammen

Die in Klasse 5 eingeordneten Periodogramme wurden nicht weiterverwendet. Die den übrigen Klassen zugeordneten Periodogramme wurden klassenweise gemittelt. Die so erhaltenen vier mittleren typischen EEG-Periodogramme $\hat{G}_{EEG}^{(v)}(i)$ sind in Bild 5-2 dargestellt.

Damit war das Ziel dieser Auswertung erreicht: Typische und deutlich unterscheidbare EEG-Spektralverteilungen standen für Testzwecke zur Verfügung. Auf eine weitergehende physiologische Diskussion der Ergebnisse wurde deshalb verzichtet.

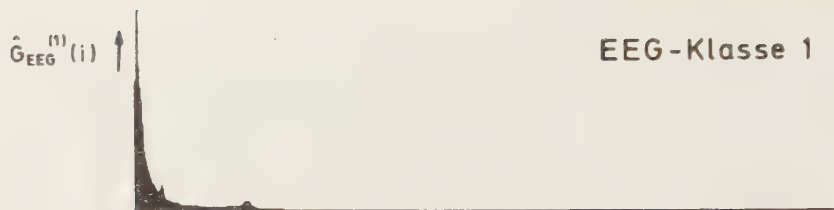


Bild 5-2: Die vier mittleren typischen EEG-Periodogramme $\hat{G}_{EEG}^{(v)}(i)$ (dargestellt in relativen, nicht einheitlichen Maßstäben).

5.1.2.2 Entwurf von nichtrekursiven Formfiltern zur Erzeugung von "künstlichem EEG"

Mit den nun vorhandenen mittleren typischen EEG-Spektralverteilungen waren Formfilter zur Erzeugung von farbigem Rauschen ("künstlichem EEG") zu entwerfen. Als einfaches Verfahren bot sich der Entwurf linearphasiger nichtrekursiver Digitalfilter nach der Frequenzabtast-Methode /4-5/ an. Hierfür wurden zunächst aus den vier mittleren EEG-Periodogrammen Betragsspektren

$$H_{\text{EEG}}^{(\nu)}(i) = + \sqrt{\hat{G}_{\text{EEG}}^{(\nu)}(i)}, \quad i = 0, 1, \dots, 1023; \quad \nu = 1, 2, 3, 4 \quad (5-8)$$

berechnet. Man hätte im Sinne des Frequenzabtastverfahrens die Werte $H_{\text{EEG}}^{(\nu)}(i)$ sofort als Abtastwerte des Formfilter-Frequenzgangs $H_F^{(\nu)}(\Omega)$ auffassen können. Unter Umständen wären dann aber größere Fehler bei der Interpolation der $H_{\text{EEG}}^{(\nu)}(i)$ durch den tatsächlichen (kontinuierlichen) Filterfrequenzgang $H_F^{(\nu)}(\Omega)$ aufgetreten.

Um diese Abweichungen gering zu halten, wurden deshalb vor der Anwendung des Frequenzabtastverfahrens die Periodogramme $G_{\text{EEG}}^{(\nu)}(i)$ so stark geglättet, daß der maximale Unterschied zwischen zwei aufeinanderfolgenden Frequenzlinien im geglätteten Betragsspektrum $\tilde{H}_{\text{EEG}}^{(\nu)}(i)$ auf 20 % der größten Spektrallinie beschränkt war. Es wurde also gefordert, daß für jeweils ein festes $\nu \in [1, 4]$ gilt:

$$|\tilde{H}_{\text{EEG}}^{(\nu)}(\ell+1) - \tilde{H}_{\text{EEG}}^{(\nu)}(\ell)| \leq 0,2 \cdot \max_{0 \leq i \leq 1023} \{\tilde{H}_{\text{EEG}}^{(\nu)}(i)\} \quad (5-9)$$

für $\ell = 0, 1, \dots, 1022$.

Die Spektrallinie $\tilde{H}_{\text{EEG}}^{(\nu)}(0)$ war nach der im Kap. 11 beschriebenen Vorverarbeitung nahezu Null, weil der lineare Mittelwert der EEG-Daten kompensiert worden war. Um einen großen Sprung zu vermeiden wurde sie deshalb als lineare Extrapolation aus $\tilde{H}_{\text{EEG}}^{(\nu)}(1)$ und $\tilde{H}_{\text{EEG}}^{(\nu)}(2)$ künstlich wieder eingefügt.

In allen vier Fällen genügte zur Glättung die schnelle Faltung (z.B. /4-5/ bis /4-7/) des Periodogramms mit einem digitalisierten Papoulis-"minimum-bias"-Fenster /5-6/ der Zeitbereichs-Fensterbreite $n_{wd} = 1024$ (entsprechend $M = 512 T_a$ in /5-6/), um geglättete Betragsspektren $\tilde{H}_{EEG}^{(v)}(i)$ zu erhalten, die Gl. (5-9) erfüllten.

Es schloß sich eine Betragsnormierung der $\tilde{H}_{EEG}^{(v)}(i)$ an, mit der erreicht wurde, daß die gefilterten Daten dieselbe Streuung wie das weiße Rauschen am Filtereingang aufwiesen. Die endgültigen Übertragungsfunktionen $H_F^{(v)}(i)$ der Formfilter wurden erhalten nach der Multiplikation

$$H_F^{(v)}(i) = \tilde{H}_{EEG}^{(v)}(i) \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}i}, \quad i = 0, 1, \dots, 1023; \\ v = 1, 2, 3, 4 \quad . \quad (5-10)$$

Dadurch wurden die Phasengänge der Filter so eingestellt, daß die Impulsantworten in jedem Fall kausal waren. Die quadrierten Frequenzgänge (Leistungsübertragungsfaktoren) $|H_F^{(v)}(i)|^2$ der Formfilter sind in den Bildern 5-3 und 5-4 dargestellt.

5.1.2.3 Anwendung der Formfilter

Die Formfilter wurden, wie im Bild 5-1b gezeigt, durch schnelle Faltung auf eine nach Gl. (5-7) berechnete Folge $r_1(k)$ angewendet. Mit jedem Filterfrequenzgang $H_F^{(v)}(i)$ wurde je eine Folge farbigen Rauschens $r_1^{(v)}(k)$ der Gesamtlänge $L = 153600$ erzeugt. Jede dieser Folgen wurde auf verschwindenden linearen Mittelwert normiert.

5.1.3 Berechnung der Eigenschaften "künstlicher EEGs"

Wie die Gl. (4-78) zeigt, bestimmt, neben dem Referenzsignal $s_0(k)$, vor allem die AKF $\varphi_{r_1 r_1}(\kappa)$ des Eingangsrauschens

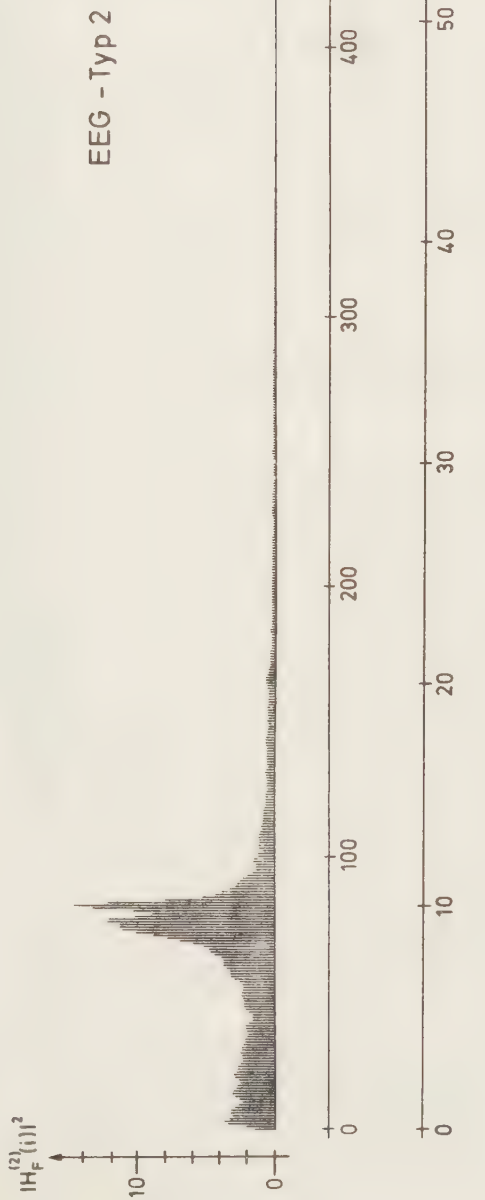


Bild 5-3: Quadrierte Frequenzgänge (Leistungsübertragungsfaktoren) von Formfiltern zur Erzeugung von "künstlichem EEG"

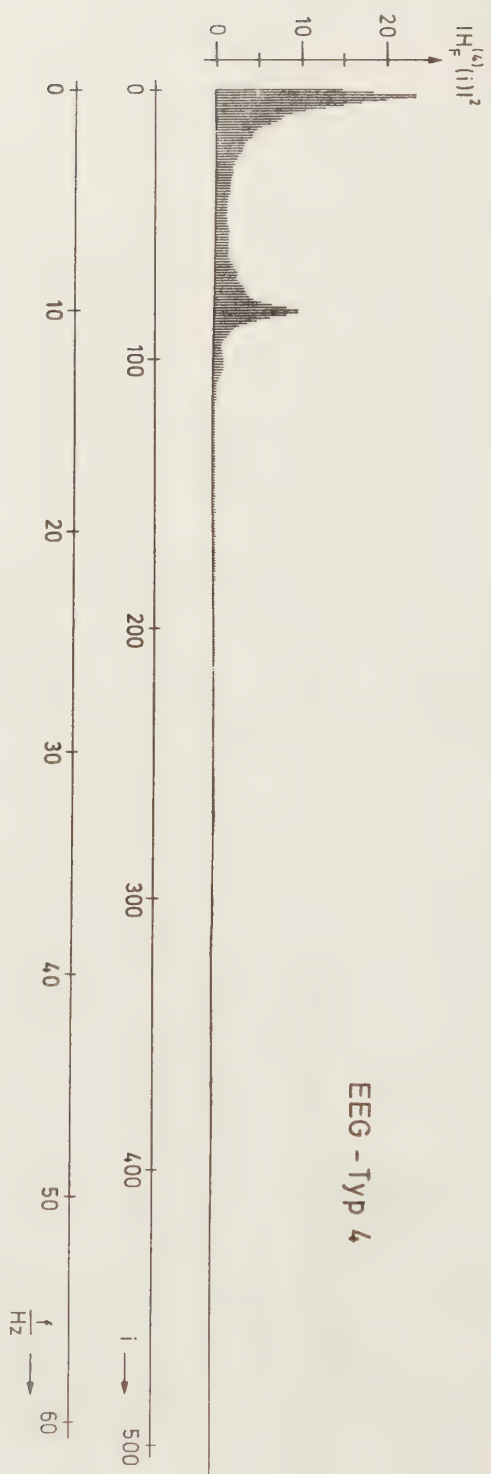


Bild 5-4: Quadrierte Frequenzgänge (Leistungsübertragungsfaktoren) von Formfiltern zur Erzeugung von "künstlichem EEG"

$\{r_1(k)\}$ wesentlich die Impulsantwort des im MLD enthaltenen Suchfilters. Es wurden deshalb für die nach Abschn. 5.1.2 erzeugten "künstlichen EEGs"

- a) AKF-Schätzwertefolgen mit möglichst großem Stichprobenumfang sowie
- b) Abschätzungen für die Erwartungswertverschiebungs- und Streuungsfolgen von AKFs mit verschiedenem Stichprobenumfang

berechnet. Diese Folgen charakteristischer Kennwerte werden u.a. dann benötigt, wenn die bei der Anwendung des MLD gewonnenen Ergebnisse hinsichtlich ihrer statistischen Sicherheit beurteilt werden sollen.

5.1.3.1 Berechnung von AKF-Schätzwertefolgen mit großem Stichprobenumfang

Nach dem von Rader vorgeschlagenen Verfahren /5-7/ wurden aus allen $L = 153600$ Werten jeder Folge $r_1^{(v)}(k)$ jeweils die Autokorrelations-Schätzwerte $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)$ bis $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(1024)$ berechnet. Die Anwendung einer DFT der Länge 2048 auf die Autokorrelations-Schätzwerte $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(-1023)$ bis $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(1023)$ lieferte Näherungsfolgen für die Periodogramme $\hat{G}_{r_1 r_1}^{(v)}(i)$. Um das in Gl. (5-4) definierte Periodogramm zu erhalten, hätte man 307200 AKF-Schätzwerte berechnen und transformieren müssen. Unter der Annahme

$$\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa) \equiv 0 \text{ für } |\kappa| > 1023 \text{ und für } v = 1, 2, 3, 4 \quad (5-11)$$

liefert die obige Näherungslösung das in Gl. (5-4) definierte Periodogramm. Von der Gültigkeit der Gl. (5-11) soll im folgenden stets ausgegangen werden.

Jedes der Bilder 5-5 bis 5-8 zeigt je eine AKF-Schätzwertefolge $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)$ bis $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(1023)$. Aus diesen kann geschlossen werden, daß die AKF-Schätzwerte für $|\kappa| > 1023$ tatsächlich

mit guter Näherung gleich Null sind, wie dies in Gl. (5-11) angenommen wurde. Deshalb ist es gerechtfertigt, die in den Bildern 5-5 bis 5-8 ebenfalls dargestellten DFT-Transformierten dieser AKF-Schätzwerte als "Periodogramme $\hat{G}_{r_1 r_1}^{(v)}(i)$ " zu bezeichnen.

Vergleicht man die in den Bildern 5-5 bis 5-8 dargestellten Periodogramme mit den in den Bildern 5-3 und 5-4 aufgezeichneten Leistungsübertragungsfaktor-Folgen, so findet man neben großen Bereichen guter Übereinstimmung bei jedem Periodogramm auch Abschnitte, in denen deutliche Unterschiede auftreten. Es ist also auch bei der großen Zahl von 153600 verarbeiteten Werten der statistische Charakter des Periodogramms noch deutlich zu erkennen. (Der verwendete "Fast Fourier Transform"-(FFT-) Algorithmus, der mit 32-bit-Gleitkommazahlen arbeitet, ist erfahrungsgemäß so genau, daß er derartige Abweichungen nicht verursachen kann /5-8/). Es werden deshalb in Abschn. 5.1.3.2 auch die Erwartungswertverschiebung und die Streuung der AKF-Schätzwertefolgen mit Stichprobenumfang $L = 153600$ abgeschätzt.

5.1.3.2 Abschätzung der Erwartungswertverschiebung und der Streuung von AKF-Schätzwerten "künstlicher EEGs"

Ziel der Untersuchungen, über die in diesem Abschnitt berichtet wird, war es, die Beurteilung der statistischen Unsicherheit von AKF-Schätzwerten des EEG zu ermöglichen. Als Meßgrößen für diese Unsicherheit wurden normierte Erwartungswertverschiebungs- und Streuungsfolgen der AKF-Schätzwerte berechnet. Als Näherungen für die hierzu benötigten exakten Autokorrelationen typischer EEG-Ableitungen wurden die in den Bildern 5-5 bis 5-8 dargestellten AKF-Schätzwerte großen Stichprobenumfangs verwendet.

Zur Berechnung der Erwartungswertverschiebung ("bias") $b(k)$ wurde die Gl. (5.3.13) aus /5-1/ in folgende diskre-



Bild 5-5: AKF-Schätzwertefolge $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(1)}(k)$ (k) und Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}^{(1)}(i)$ (i) von "künstlichem EEG".
 Stichprobenumfang: $L = 153600$.

EEG - Typ 2

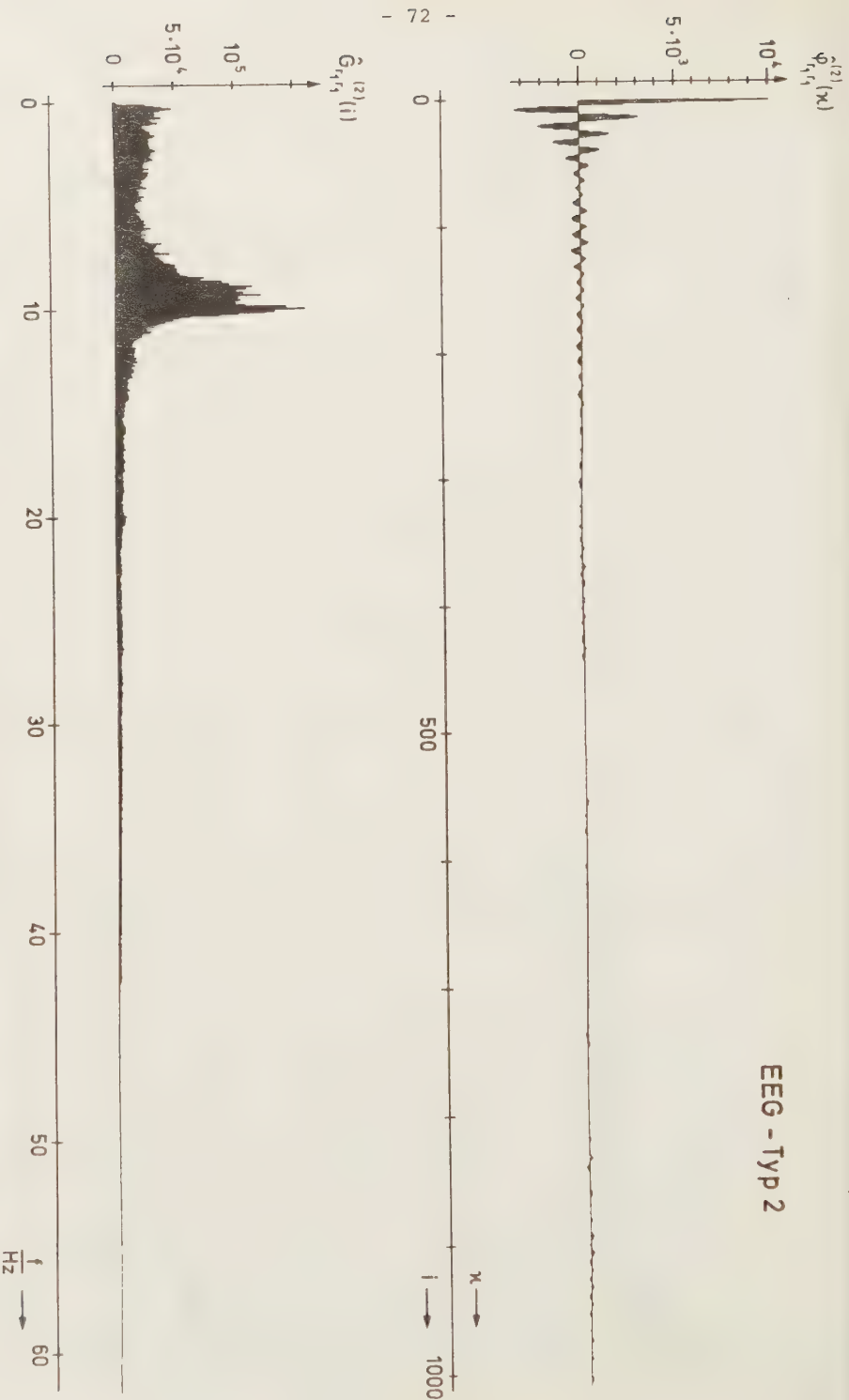


Bild 5-6: AKF-Schätzwertefolge $\hat{\phi}_{r_1 r_1}^{(2)}(\kappa)$ und Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}^{(2)}(f)$ von "künstlichem EEG".
 Stichprobenumfang: $L = 153600$.

EEG - Typ 3

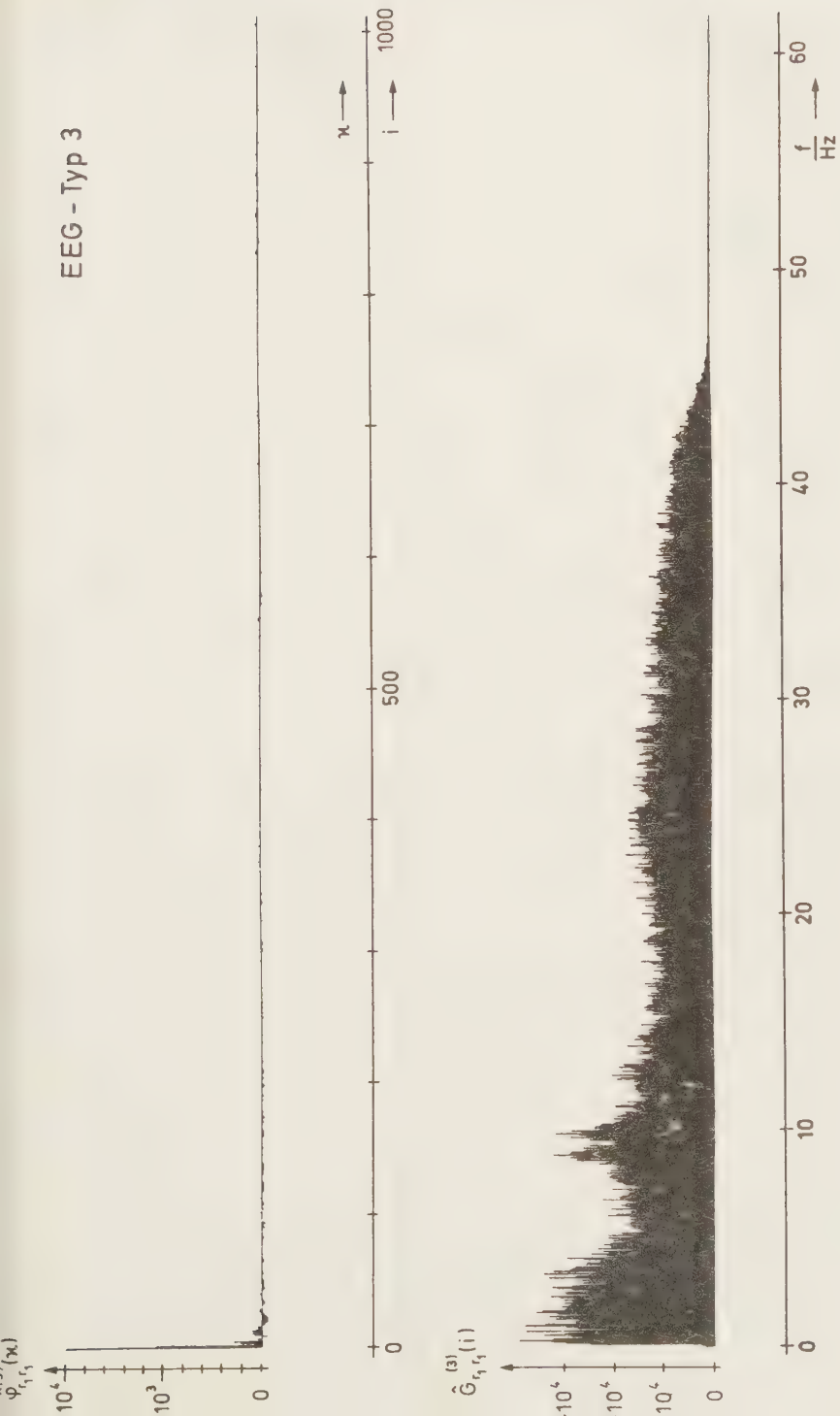


Bild 5-7: AKF-Schätzwertefolge $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(3)}(\kappa)$ und Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}^{(3)}(f)$ von "künstlichem EEG".
Stichprobenumfang: $L = 153600$.

EEG - Typ 4



Bild 5-8: AKF-Schätzwertefolge $\hat{\phi}_{r_1 r_1}^{(4)}(\kappa)$ und Periodogramm $\hat{\phi}_{r_1 r_1}^{(4)}(i)$ von "künstlichem EEG".
 Stichprobenumfang: $L = 153600$.

tisierte Form gebracht:

$$\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa) = \begin{cases} \varphi_{r_1 r_1}(\kappa) \cdot \left(1 - \frac{|\kappa|}{L}\right) & \text{für } |\kappa| \leq L-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (5-12)$$

Daraus folgt sofort

$$b(\kappa) = \hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa) - \varphi_{r_1 r_1}(\kappa) = \begin{cases} -\varphi_{r_1 r_1}(\kappa) \cdot \frac{|\kappa|}{L} & \text{für } |\kappa| \leq L-1 \\ -\varphi_{r_1 r_1}(\kappa) & \text{sonst} \end{cases} \quad (5-13)$$

Weil in der Praxis die exakte AKF $\varphi_{r_1 r_1}(\kappa)$ nicht zur Verfügung steht, wurde sie hier, wie oben bereits erwähnt, entsprechend der Annahme

$$\varphi_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa) \approx \hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa) \quad \left| L \geq 153600 \right., \quad v = 1, 2, 3, 4 \quad (5-14)$$

durch Schätzwerte ersetzt. Anhand der noch zu berechnenden Erwartungswertverschiebungs- und Streuungsfolgen für die in Gl. (5-14) verwendeten Schätzwerte läßt sich beurteilen, welcher Fehler durch diese Annahme entstehen kann.

Um ein relatives Fehlermaß zu gewinnen, wurde die Erwartungswertverschiebung auf den Wert $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)$ normiert. Durch

$$\hat{b}^{(v)}(\kappa) = \begin{cases} -\frac{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)}{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)} \cdot \frac{|\kappa|}{L} & \text{für } |\kappa| \leq L-1 \\ -\frac{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)}{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)} & \text{sonst} \end{cases} \quad (5-15)$$

wird also näherungsweise die Erwartungswertverschiebung in Bruchteilen des maximalen AKF-Werts angegeben. Für den Bereich $|\kappa| \leq L-1$ wurde $\hat{b}^{(v)}(\kappa)$ zusätzlich auf $\frac{1}{L}$ normiert.

Die daraus resultierende Folge

$$\hat{b}_N^{(v)}(\kappa) = - \frac{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)}{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)} \cdot |\kappa| \quad \text{für } |\kappa| \leq L-1 \quad (5-16)$$

ist unabhängig von L und damit charakteristisch für alle Schätzwerte einer bestimmten AKF $\varphi_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)$. Deshalb wurde für jeden der vier EEG-Typen nur diese eine Folge im Bereich $0 \leq \kappa \leq 1023$ berechnet. Weil es sich ohnehin nur um eine Abschätzung handelt, wird es als ausreichend angesehen, wenn hier (im Bild 5-9) nur die Folge $\hat{b}_N^{(1)}(\kappa)$, welche im Mittel als ungünstigster Fall anzusehen ist, und die Folge $\hat{b}_N^{(3)}(\kappa)$, welche im Mittel den günstigsten Fall darstellt, abgebildet werden.

Unter Beachtung der Gleichungen (5-11) und (5-15) kann nun mit Hilfe des Bildes 5-9 die normierte Erwartungswertverschiebung wie folgt abgeschätzt werden:

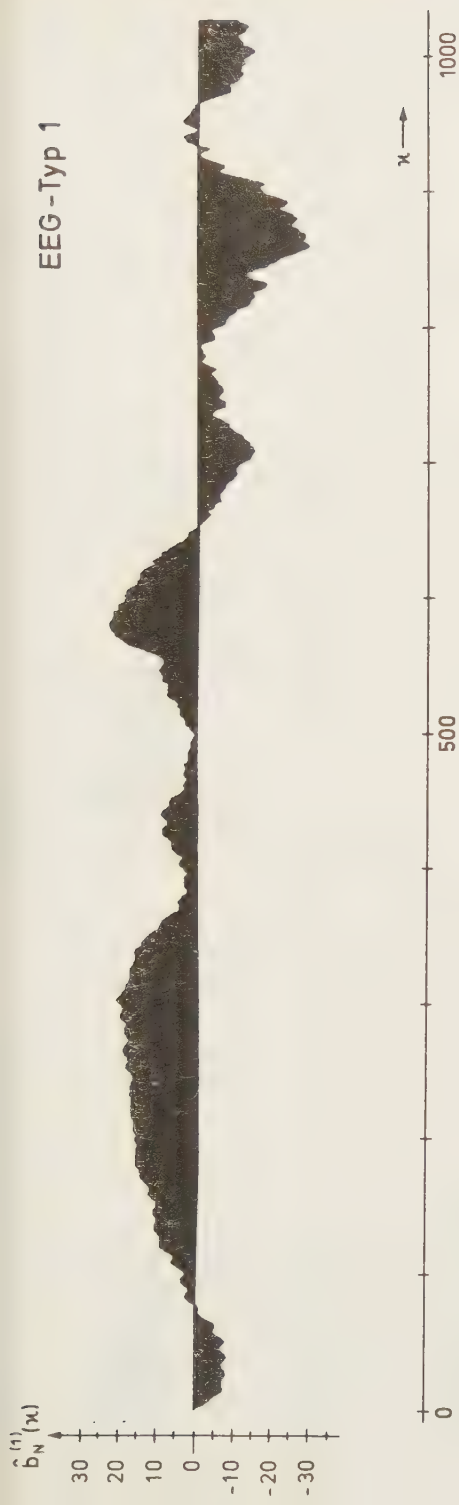
$$\hat{b}^{(v)}(\kappa) = \begin{cases} \frac{\hat{b}_N^{(v)}(\kappa)}{L} & \text{für } |\kappa| \leq \text{Min} \{L-1, 1023\} \\ 0 & \text{für } |\kappa| > 1023 \\ \frac{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)}{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)} & \text{sonst} \end{cases} \quad (5-17)$$

Zur Berechnung der Streuung der AKF-Schätzwerte wurde die Gl. (5.3.20) aus /5-1/

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\varphi}_{r_1 r_1}(\tau)) &= \frac{1}{T^2} \int_{-T+|\tau|}^{T-|\tau|} (T-|\tau|-|v|) \cdot [\varphi_{r_1 r_1}^2(v) + \\ &\quad + \varphi_{r_1 r_1}(v+\tau) \cdot \varphi_{r_1 r_1}(v-\tau)] dv \end{aligned} \quad (5-18)$$

unter Beachtung der Symmetrie der AKF umgeformt und diskretisiert. Es ergab sich die Formel

EEG - Typ 1



EEG - Typ 3

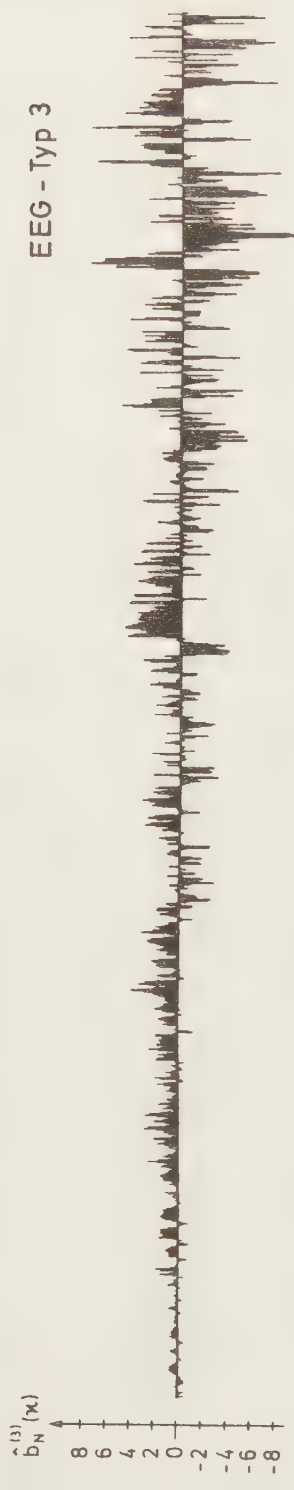


Bild 5-9: Normierte Erwartungswertverschiebungs-Folgen der AKF-Schätzwertefolgen $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(1)}(\kappa)$ und $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(3)}(\kappa)$.

$$\text{Var}\{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(\kappa)}\} = \begin{cases} \frac{1}{L^2} (L - |\kappa|) \cdot [\varphi_{r_1 r_1}^2(0) + \varphi_{r_1 r_1}^2(|\kappa|)] \\ + \frac{2}{L^2} \sum_{\ell=1}^{L-1-|\kappa|} (L - |\kappa| - \ell) \cdot [\varphi_{r_1 r_1}^2(\ell) + \varphi_{r_1 r_1}^2(\ell + |\kappa|) \cdot \\ \cdot \varphi_{r_1 r_1}(\ell - |\kappa|)] \quad \text{für } |\kappa| \leq L-1 \\ 0 \quad \text{sonst} \end{cases} \quad (5-19)$$

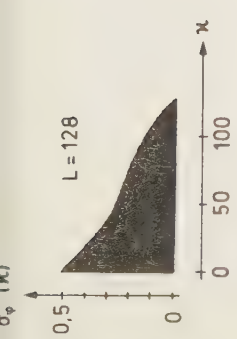
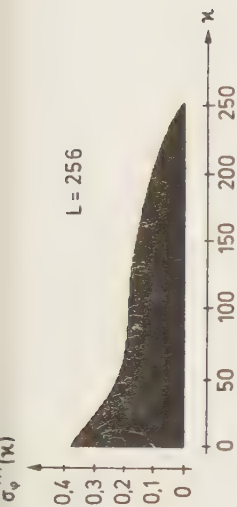
Für die Auswertung von Gl. (5-19) wurde ebenfalls die exakte AKF durch einen Schätzwert nach Gl. (5-14) ersetzt. Auch die Streuungsfolgen wurden auf den maximalen AKF-Wert normiert, so daß als Näherungswert für die Streuung von AKF-Schätzwerten definiert wurde:

$$\hat{\sigma}_{\varphi}^{(v)}(\kappa) = \frac{1}{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)} \cdot \sqrt{\widehat{\text{Var}}\{\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)\}} \quad (5-20)$$

Dabei soll das Symbol $\widehat{\text{Var}}$ auf die Einsetzung von $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)$ in die Gl. (5-19) hinweisen. Für jedes $v \in [1, 4]$ wurden die Folgen $\hat{\sigma}_{\varphi}^{(v)}(\kappa)$ berechnet, jeweils für die Stichprobenumfänge $L = 128, 256, 512, 1024, 2048$ und 153600 . Bei der Berechnung wurde Gl. (5-11) berücksichtigt. Aus Gl. (5-20) ergeben sich dennoch von Null verschiedene Streuungswerte auch für $|\kappa| > 1023$. Es erwies sich aber als ausreichend, stets nur bis zu einem Maximalwert $\kappa = 1023$ zu rechnen. Die Bilder 5-10 bis 5-13 zeigen die so gewonnenen Streuungsfolgen $\hat{\sigma}_{\varphi}^{(v)}(\kappa)$ für den ungünstigsten (EEG-Typ 1) und den günstigsten Fall (EEG-Typ 3).

Diskussion der Ergebnisse:

Zunächst kann anhand der normierten Erwartungswertverschiebungs- und Streuungsfolgen für den Stichprobenumfang $L = 153600$ festgestellt werden, daß ein AKF-Schätzwert $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)$ des Stichprobenumfangs $L = 153600$ die zugehörige exakte AKF



EEG - Typ 1

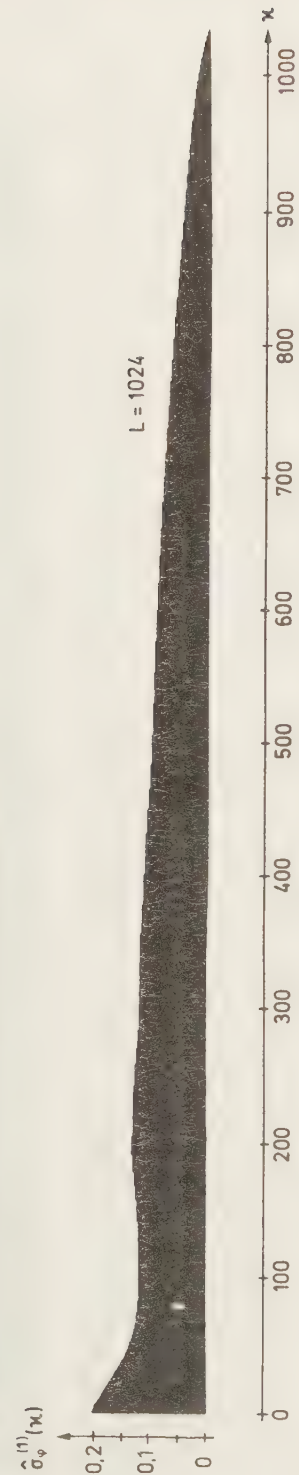
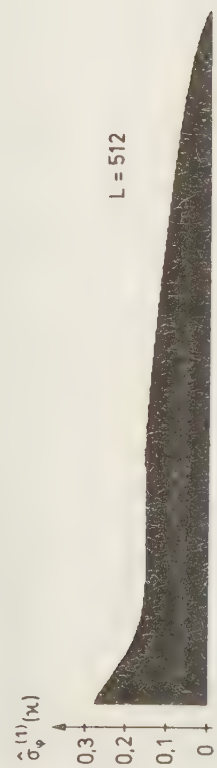


Bild 5-10: Normierte Streuungsfolgen $\hat{\sigma}_{\varphi}^{(1)}(\kappa)$ von AKF-Schätzwertefolgen verschiedenen Stichprobenumfangs L .

EEG - Typ 1

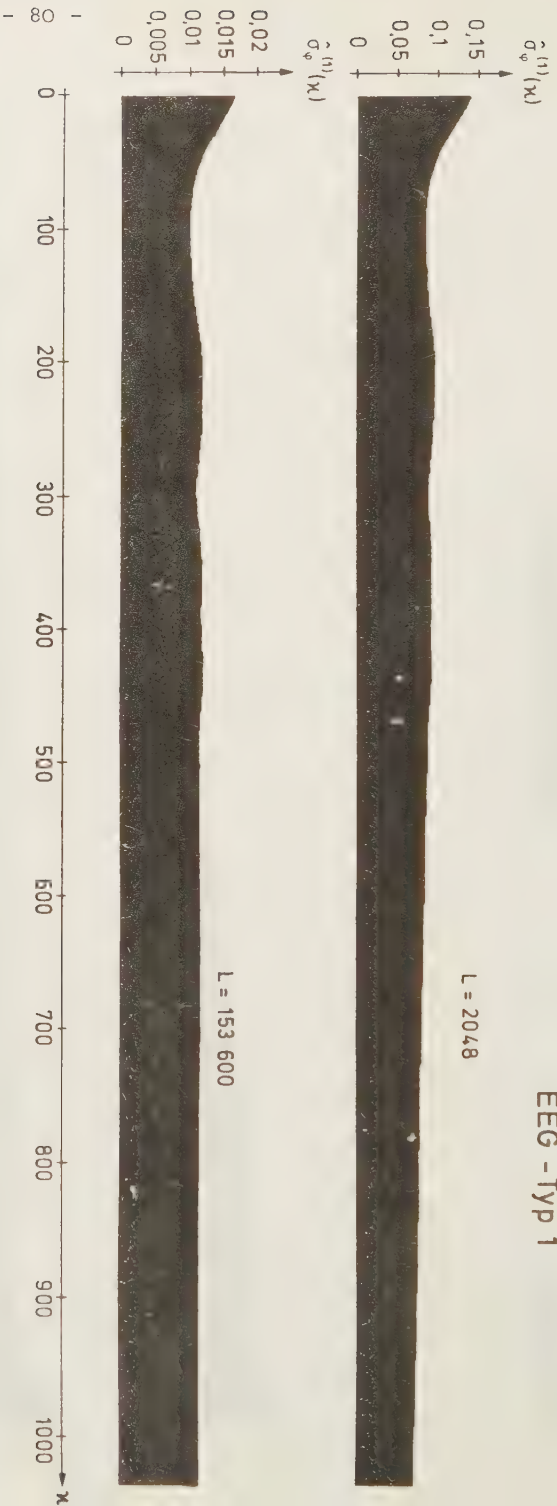
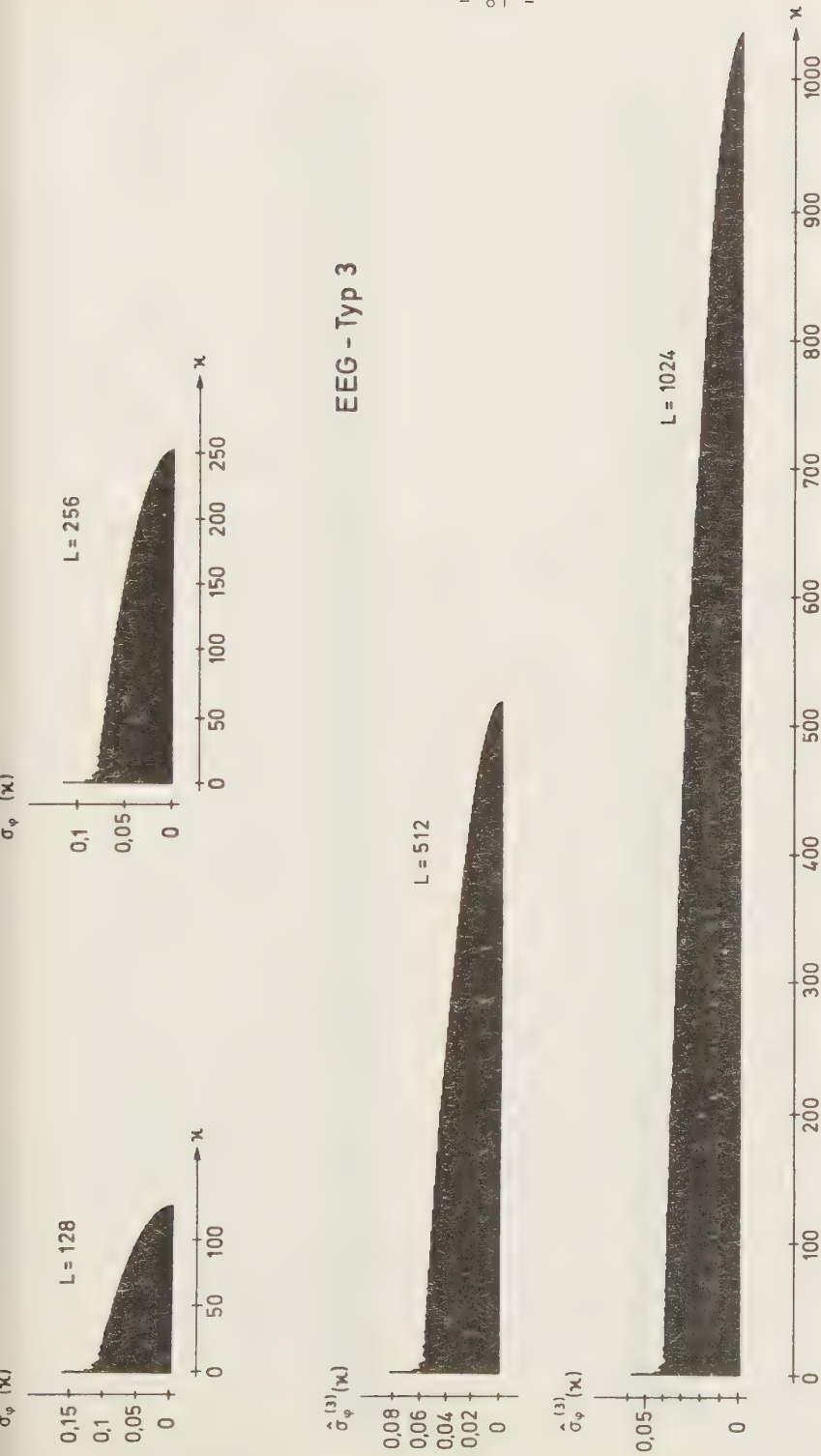


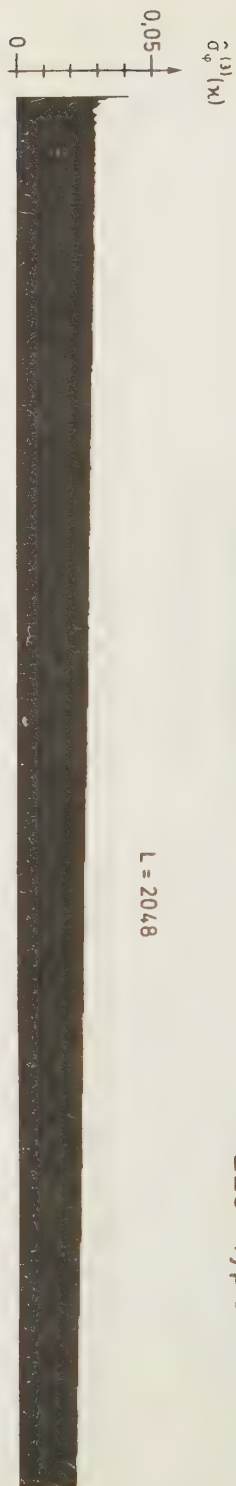
Bild 5-11: Normierte Streuungsfolgen $\hat{\sigma}_{\varphi}^{(1)}(x)$ von AKF-Schätzwertefolgen verschiedenen Stichprobenumfangs L .



EEG - Typ 3

Bild 5-12: Normierte Streuungsfolgen $\hat{\sigma}_\varphi^{(3)}(x)$ von AKF-Schätzwertefolgen verschiedenen Stichprobenumfangs L .

EEG - Typ 3



82



Bild 5-13: Normierte Streuungsfolgen $\hat{\sigma}_{\varphi}^{(3)}(x)$ von AKF-Schätzwertfolgen verschiedenen Stichprobenumfangs L .

$\varphi_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)$ im Mittel mit guter Näherung approximiert. Deshalb erlauben die berechneten Folgen $\hat{b}_N^{(v)}(\kappa)$ und $\hat{\sigma}_\varphi^{(v)}(\kappa)$ in der Regel eine gute Abschätzung der tatsächlich auftretenden Erwartungswertverschiebungen und Streuungen.

Die normierten Erwartungswertverschiebungsfolgen $\hat{b}^{(v)}(\kappa)$ zeigen, daß die Erwartungswertverschiebung selbst bei Schätzwerten kleinen Stichprobenumfangs nicht über einige Prozent des Wertes $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)$ ansteigen dürfte. Bezogen auf den jeweiligen Autokorrelationswert $\varphi_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)$ kann dies aber doch eine Verschiebung um bis zu ca. 100 % bedeuten.

Aus den normierten Streuungsfolgen $\hat{\sigma}_\varphi^{(v)}(\kappa)$ ist zu entnehmen, daß stets mit einer Schätzwertstreuung gerechnet werden muß, welche wesentlich größer als die Erwartungswertverschiebung ist und deshalb im Regelfall hauptsächlich die Unsicherheit des jeweiligen AKF-Schätzwertes bestimmt. Die Streuung nimmt bei steigendem Stichprobenumfang langsamer ab (in erster Näherung mit $\frac{1}{\sqrt{L}}$) als die entsprechende Erwartungswertverschiebung (die exakt proportional zu $\frac{1}{L}$ ist). Im Gegensatz zu den normierten Erwartungswertverschiebungs-Folgen wird die Kurvenform der normierten Streuungsfolgen nur in sehr abgeschwächter Form vom Verlauf der zugrundeliegenden AKF bestimmt. Dadurch sind oft auch sehr kleine Autokorrelationswerte $\varphi_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)$ mit einer Streuung von bis zu 20 % des Maximalwertes $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(0)$ behaftet. Dies ergibt dann eine Streuung von mehreren hundert Prozent des jeweiligen AKF-Wertes $\varphi_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)$. Man muß deshalb damit rechnen, erheblich unterschiedliche AKF-Schätzwertfolgen $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}^{(v)}(\kappa)$ zu erhalten, wenn man nacheinander verschiedene Stichproben mit relativ kleinem Umfang L aus einem stationären Rauschprozeß $\{r_1(k)\}$ entnimmt.

Die in diesem Abschnitt gewonnenen Ergebnisse zeigen außerdem, daß der nach Gl. (5-3) definierte AKF-Schätzwert $\hat{\varphi}_{rr}(\kappa)$ für die Anwendung auf EEG-Daten tatsächlich der geeignetste ist. Die Alternative, einen erwartungsstreuen Schätzwert

$\hat{\varphi}'_{rr}(\kappa)$ nach /4-6/ bzw. /5-1/ zu verwenden, der dafür aber eine größere Streuung besitzt als $\hat{\varphi}_{rr}(\kappa)$, hätte hier die Unsicherheit der AKF-Schätzung noch vergrößert.

5.2 Ein Modell für evozierte Potentiale

Für die in Tab. 5.1 angegebenen Testreihen 1 bis 3 wurde ein einheitliches Modell des akustisch evozierten Potentials verwendet. Dieses Modell wurde vom Institut für Physiologie und Biokybernetik der Universität Erlangen-Nürnberg zur Verfügung gestellt. Es ist für ein unter den unten angegebenen Versuchsbedingungen sich ergebendes gemittelttes evoziertes Potential typisch, weil es aus 51200 Einzelpotentialen berechnet wurde.

Diese Zahl ergab sich dadurch, daß von 12 Versuchspersonen insgesamt 512 EEG-Registrierungen abgeleitet und bei jeder dieser Registrierungen 100 Reize appliziert wurden. Die 100 reizsynchrone EEG-Abschnitte jeder Einzelregistrierung wurden gemittelt. Eine weitere Mittelung aller 512 gemittelten evozierten Potentiale ergab das oben genannte Modell.

Die Versuchsbedingungen bei der Ableitung werden in Abschn. 11.1 beschrieben. Hier sind nur noch die Eigenschaften der Reizsignale anzugeben:

Reizart: monaurale Beschallung mit Sinuston
1000 Hz, Dauer 100 ms. Reizbeginn
 t_{rz} jeweils 70 ms nach Registrierungs-
beginn t_{reg} (vgl. Bild 2-1).

Reizintensitäten: 20 ... 60 db SPL.

Reizschaltung: die Reizsignale wurden hart ein-
und ausgeschaltet, aber mit einem
C.C.I.T.T. Sprachbandfilter nachge-
filtert.

Das Potentialmodell wurde der im Abschn. 11.2 beschriebenen digitalen Vorverarbeitung unterworfen. Bild 5-14a zeigt das dabei erhaltene Modell $e_o(k)$ des evozierten Potentials, wie es für die Tests des MLD verwendet wurde. Der Zeitnullpunkt entspricht bei dieser Darstellung dem Registrierungs-trigger-Zeitpunkt t_{reg} . Im Bild 5-14b ist das diskrete Leistungsspektrum $|E_o(i)|^2$ des Modells $e_o(k)$ dargestellt.

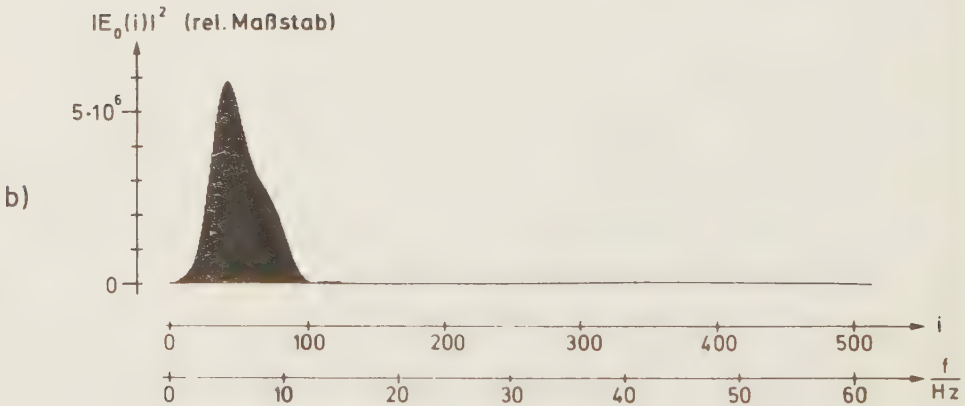
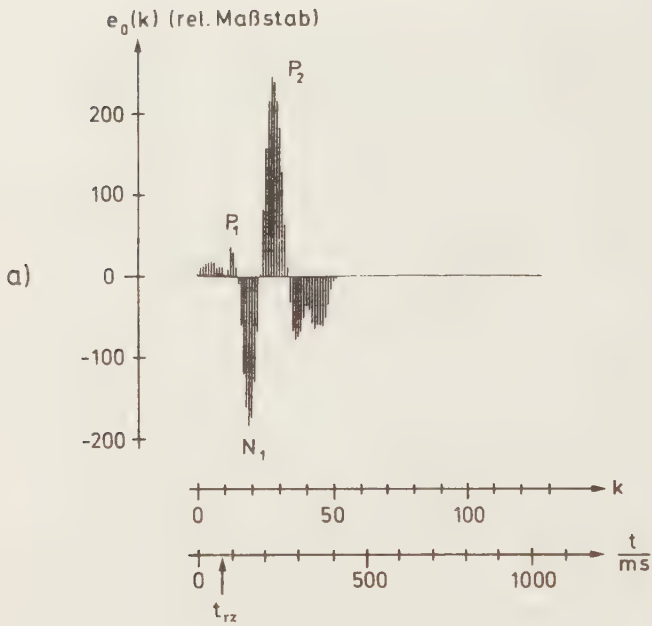


Bild 5-14: Modell für evozierte Potentiale:

a) Zeitfolge $e_0(k)$, $T_a = 8$ ms;

b) diskretes Leistungsspektrum $|E_0(i)|^2$.

6. REALISIERUNG DES "MAXIMUM-LIKELIHOOD-DETECTORS"

In diesem Kapitel werden Verfahren vorgeschlagen und untersucht, die dazu dienen sollen, praktisch anwendbare zeitdiskrete MLDs zu entwerfen, welche die in Kap. 4 hergeleiteten Bedingungsgleichungen bestmöglich erfüllen.

Der in Abschn. 4.7 beschriebene, an weißes Rauschen angepaßte MLD kann mittels eines Digitalrechners stets problemlos entworfen werden; denn die Gleichungen (4-40), (4-55), (4-65) und (4-88) bis (4-92) sind mit beliebiger, nur von der verwendeten Zahlendarstellung begrenzter Genauigkeit lösbar. Es ist zweckmäßig, einen MLD mit kausalem Suchfilter zu entwerfen, d.h. die Grundverzögerung k_0 so zu wählen, daß die Gl. (4-93) erfüllt wird. Andernfalls müßte man, wenn man die in dem verborgenen Signal $s_1(k)$ enthaltene Information voll nutzen will, auch negative Indizes k in die Filterung einbeziehen. Dadurch wäre dann lediglich eine Translation des Zeitnullpunktes erreicht worden.

Soll ein allgemeiner, an breitbandiges farbiges Rauschen angepaßter MLD entworfen werden, so lassen sich ebenfalls fast alle Beziehungen, die diesen MLD charakterisieren, problemlos lösen. Es handelt sich dabei um die Gleichungen (4-40), (4-55), (4-65) und (4-80) bis (4-83). Die Bedingungsgleichung für die Impulsantwort $h(k)$ des Suchfilters

$$\sum_{\ell=-\infty}^{\infty} \varphi_{r_1} r_1(k-\ell) \cdot h(\ell) = s_0(k_0-k) \quad (4-78)$$

bedarf jedoch einer gesonderten Betrachtung; denn sie ist in vielen praktisch wichtigen Anwendungsfällen nur genähert lösbar.

In den folgenden Ausführungen bis zum Ende dieses Kapitels wird deshalb nur noch der Entwurf von optimalen Suchfiltern, die an farbiges Rauschen angepaßt sind, behandelt. Unter

Berücksichtigung praktischer Randbedingungen, die bei der Messung evozierter Potentiale vorliegen, kann die Entwurfsaufgabe folgendermaßen formuliert werden:

"Gegeben ist ein Referenzsignal $s_0(k)$, $k = 0, 1, \dots, K-1$, und ein AKF-Schätzwert $\hat{\psi}_{r_1 r_1}(\kappa)$, $\kappa = -L+1, -L+2, \dots, 0, \dots, L-1$. Gesucht ist ein Berechnungsverfahren für eine Impulsantwort $h(k)$ der Länge N , welches die folgenden beiden Forderungen möglichst gut erfüllt:

- a) Die Impulsantwort soll die Gl. (4-78) auch dann noch mit geringem quadratischem Gesamtfehler erfüllen, wenn $s_0(k)$ ein durch Vormittelung gewonnener Schätzwert $\hat{e}(k)$ für ein evoziertes Potential ist und $\hat{\psi}_{r_1 r_1}(\kappa)$ einen ungeglätteten AKF-Schätzwert des EEGs mit dem Stichprobenumfang L darstellt.
- b) Das Berechnungsverfahren soll so geringen Rechenaufwand erfordern, daß eine Neuberechnung der Impulsantwort nach jedem quasistationären EEG-Segment durchschnittlicher Länge (vgl. /2-9/ bis /2-13/) in Echtzeit möglich ist."

Die Forderungen a) und b) sollen sicherstellen, daß der MLD, wenn es sich als erforderlich erweisen sollte, auch während einer Messung adaptiv an das EEG angepaßt werden kann. Es ist damit auch zum Ausdruck gebracht, daß ein Approximationsfehler, der geringfügig größer ist als das absolute Fehlerminimum, in Kauf genommen werden kann, wenn dadurch eine Verringerung des Rechenaufwandes ermöglicht wird.

Mit den in der Aufgabenstellung enthaltenen Festlegungen kann Gl. (4-78) spezialisiert werden zu

$$\sum_{\ell=0}^{N-1} \hat{\psi}_{r_1 r_1}(k-\ell) \cdot h(\ell) \stackrel{!}{=} s_0(k_0-k) \quad (6-1)$$

für $-L+1 \leq k \leq L+N-2$

Zur Abkürzung werden definiert:

$$\varphi(k) = \hat{\varphi}_{r_1 r_1}(k) \quad \text{für } |k| \leq L-1 \quad (6-2)$$

und

$$\psi(k) = \begin{cases} s_0(k_0 - k) & \text{für } k_0 - K + 1 \leq k \leq k_0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad (6-3)$$

so daß die Entwurfsvorschrift nun lautet:

$$\sum_{\ell=0}^{N-1} \varphi(k-\ell) \cdot h(\ell) \stackrel{!}{=} \psi(k) \quad (6-4)$$

für $-L+1 \leq k \leq L+N-2$

Gl. (6-4) stellt ein überbestimmtes Gleichungssystem dar; denn es enthält $2L+N-2$ Bestimmungsgleichungen für die N Unbekannten $h(\ell)$. Ein solches Gleichungssystem ist nur in Ausnahmefällen, auf die in Abschn. 6.2.3 eingegangen wird, exakt lösbar. Bild 6-1 veranschaulicht die Gl. (6-4) anhand eines Beispiels.

Bild 6-1 läßt erkennen, daß k_0 theoretisch beliebig zwischen $-L+K$ und $L+N-2$ gewählt werden kann. Genau wie beim Entwurf des an weißes Rauschen angepaßten MLD ist es aber auch hier zweckmäßig, stets nur ein kausales Suchfilter zu entwerfen. Darüber hinaus ergibt sich ein im Sinne der Aufgabenstellung akzeptabler Approximationsfehler nur in einem Teil des oben genannten Intervalls. Darauf wird in Abschn. 6.2.7 näher eingegangen.

Eine zu Gl. (6-4) äquivalente Darstellung im Frequenzbereich erhält man durch Anwendung der Z-Transformation (z.B. /4-5/, /4-8/) auf beide Seiten der Gl. (6-4) und Beachtung des Faltungssatzes der Z-Transformation. Es ergibt sich:

$$G(z) \cdot H(z) \stackrel{!}{=} \psi(z) \quad (6-5)$$

Dabei ist $G(z)$, die Z-Transformierte von $\varphi(k)$, das Leistungsdichtespektrum von $r_1(k)$. Ist, wie bei der hier vorliegenden Entwurfsaufgabe, $r_1(k)$ eine endliche Folge, dann ist $G(z)$ ein Periodogramm. In Gl. (6-4) sind darüber hinaus alle Folgen als endlich vorausgesetzt. Deshalb erhält man eine zu

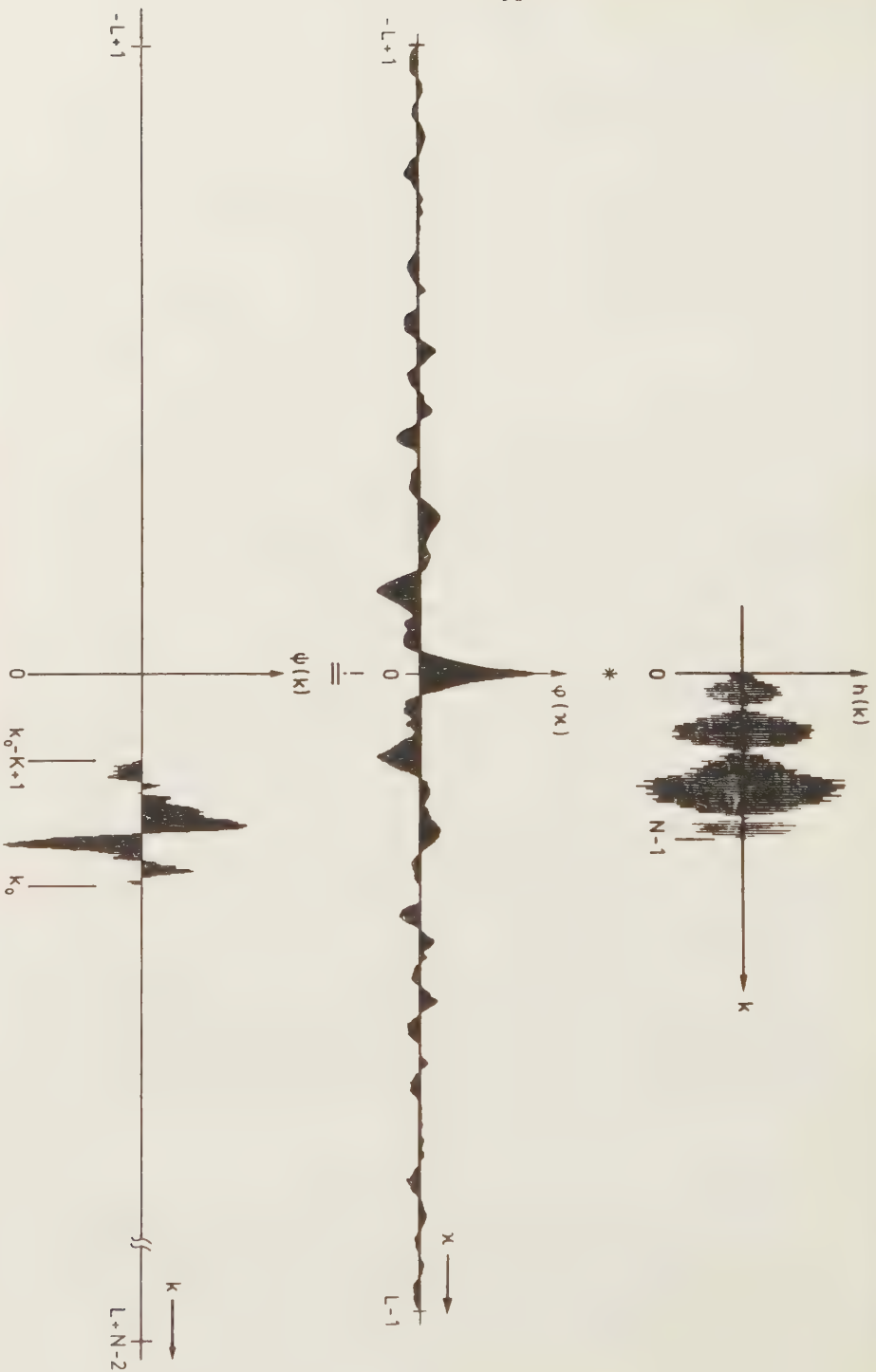


Bild 6-1: Veranschaulichung der Gl. (6-4) anhand eines Beispiels

Gl. (6-4) vollständig äquivalente Beziehung bereits dann, wenn man die Gl. (6-5) nur in den Punkten

$$z = \exp(j \cdot \frac{2\pi i k}{2L+N-2}) \quad \text{mit } 0 \leq i < 2L+N-2 \quad (6-6)$$

$$\text{und } -L+1 \leq k \leq L+N-2$$

betrachtet. Dies entspricht einer DFT der Länge

$$J = 2L + N - 2, \quad (6-7)$$

die auf beide Seiten der Gl. (6-4) angewendet wird, so daß Gl. (6-5) spezialisiert werden kann zu

$$G(i) \cdot H(i) \stackrel{!}{=} \psi(i) \quad \text{für } i = 0, 1, \dots, J-1, \quad (6-8)$$

wobei $G(i)$ das Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$ darstellt.

Es gibt eine Reihe von Möglichkeiten zur näherungsweisen Lösung der Gl. (6-4). Einen Überblick darüber gibt Bild 6-2. Die dort dargestellten Entwurfsmethoden sollen im folgenden näher betrachtet werden.

6.1 Frequenzbereichsentwurf

Dieser Begriff soll hier so verstanden werden, daß die Berechnung des Filters im Frequenzbereich, d.h. im Bildbereich der Z-Transformation erfolgt. Dementsprechend wird der Entwurfsalgorithmus primär nicht die Impulsantwort $h(k)$ sondern die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Filters liefern.

6.1.1 Rekursive Realisierung

Im Grenzfall $N \rightarrow \infty$ ist Gl. (6-4) exakt lösbar (der Beweis folgt in Abschn. 6.2). Mit einem rekursiven zeitdiskreten Filter ist dieser Grenzfall realisierbar, denn es besitzt



Bild 6-2: Übersicht über Methoden zum Entwurf von zeitdiskreten Suchfiltern nach der Entwurfsvorschrift Gl. (6-4)

eine unendlich lange Impulsantwort. Die Bedingungsgleichung für die Übertragungsfunktion dieses Filters erhält man, wenn man Gl. (6-5) umstellt zu

$$H(z) = \frac{\Psi(z)}{G(z)} \quad (6-9).$$

$\Psi(z)$ und $G(z)$ sind nun durch Polynome in z zu approximieren.

Experimentelle Untersuchungen erbrachten das Ergebnis, daß im vorliegenden Anwendungsfall eine genügend genaue Approximation Polynome sehr hohen Grades (> 17) erfordert hätte. Bereits der dafür erforderliche Rechenaufwand ließ den Entwurf solcher Filter als unzweckmäßig erscheinen.

6.1.2 Nichtrekursive Realisierung

Die Impulsantwort eines nichtrekursiven Filters erhält man aus Gl. (6-8) durch einfache Division von $\Psi(i)$ durch $G(i)$ und inverse DFT der Spektralfolge

$$H(i) = \frac{\Psi(i)}{G(i)} \quad \text{für } i = 0, 1, \dots, J-1. \quad (6-10)$$

Die dabei entstehende Impulsantwort $h(k)$ erfüllt die Gl. (6-4) i.a. aber nur näherungsweise, wobei die auftretenden Abweichungen in der Praxis nicht formelmäßig angebbar und nicht gezielt minimierbar sind. Daß sich bei diesem Entwurf i.a. Abweichungen ergeben müssen, läßt sich folgendermaßen zeigen:

Dividiert man die DFT-Transformierten experimentell gewonnener Folgen $\psi(k)$ und $\varphi(k)$ entsprechend Gl. (6-10) und wendet die inverse DFT an, so ergibt sich eine zeitbegrenzte Impulsantwort $h(k)$, deren Länge i.a. aber gleich J und nicht gleich N sein wird. Setzt man dies $h(k)$ in Gl. (6-4) ein, so ergibt sich in der Regel ein Faltungsprodukt der Länge $2L+J-2$ und nicht, wie gefordert, die Folge $\psi(k) = s_0(k_0 - k)$ der Länge $K < J$.

Diese Abweichungen treten deshalb auf, weil bei der Gleichungsumstellung, die Gl. (6-10) lieferte, implizit vorausgesetzt wurde, es gebe immer ein $h(k)$, das die Gl. (6-4) exakt erfüllt. Dies ist aber i.a. nicht der Fall.

Beim praktischen Entwurf von Suchfiltern zur Detektion evoked Potentiale im EEG mittels dieser Entwurfsmethode ergaben sich oft große Fehler. Es wurde deshalb versucht, genauere Entwurfsverfahren zu entwickeln.

6.2 Zeitbereichsentwurf

Beim Zeitbereichsentwurf wird die Impulsantwort $h(k)$ berechnet, ohne daß es erforderlich ist, eine Transformation in den Frequenzbereich vorzunehmen. Es kann allerdings zweckmäßig sein, Teile des Entwurfs unter Verwendung der DFT durchzuführen, z.B. dann, wenn die schnelle Faltung (z.B. /4-5/ bis /4-7/) geringeren Rechenaufwand erfordert als die direkte Faltung.

6.2.1 Rekursive Realisierung

Durch Modifizierung der Entwurfsverfahren für Kalman-Bucy-Filter (z.B. /2-3/) können rekursive Suchfilter berechnet werden. Dabei muß aber von den ursprünglichen Optimierungskriterien ausgegangen werden (vgl. Kap. 4); die Gl. (6-4) ist nicht anwendbar. Der Entwurf solcher Suchfilter wird hier nicht behandelt.

Wegen der Vorteile der nichtrekursiven Realisierung (vgl. Abschn. 6.2.2) erschien es nicht zweckmäßig zu sein, aus der durch Lösung von Gl. (6-4) gewonnenen Impulsantwort $h(k)$ nachträglich die Koeffizienten eines rekursiven Filters zu berechnen, wie dies z.B. nach der Methode von Prony möglich ist /6-1/. Deshalb wird im folgenden nur noch die nichtrekursive Realisierung von Suchfiltern betrachtet.

6.2.2 Nichtrekursive Realisierung

Die nichtrekursive Realisierung eines zeitdiskreten Filters hat gegenüber der rekursiven Realisierung die folgenden Vorteile:

- a) Das Filter ist stets stabil.
- b) Es kann die schnelle Faltung angewendet werden.
- c) Die Ein- und Ausschwingvorgänge des Filters sind zeitlich exakt begrenzt; ihre Dauer ist leicht vorauszuberechnen.

Diese Vorteile führten bei der hier vorliegenden Anwendung zu einer Vereinfachung und Beschleunigung der Verarbeitung. Es wurde daher das optimale Suchfilter stets nur in nichtrekursiver Form entworfen und angewendet.

Damit war nur noch nach einem Verfahren zu suchen, das die Berechnung der Impulsantwort $h(k)$ der Länge N mit geringem Rechenaufwand und Fehler ermöglicht.

6.2.3 Vektorraum-Darstellung des Approximationsproblems

Es erscheint zweckmäßig, die Approximationsaufgabe als Abbildungsproblem in Vektorräumen zu formulieren, weil dadurch

- a) eine allgemeine und doch anschauliche Darstellung des Approximationsproblems möglich ist,
- b) ein interessantes Lösungsverfahren für die Gl. (6-4) entwickelt werden kann,
- c) einige wichtige Beweise leicht durchführbar werden.

Die allgemeinste Darstellung des Problems ist in einem Hilbert-Raum V^{2L+N-2} der Dimension $2L+N-2$ möglich /6-2/. Bei der vorliegenden Anwendung, bei der nur reelle Zahlen vorkommen und Vektorkomponenten stets nur reelle Zahlen darstellen, wäre auch eine Darstellung in einem auf den Bereich der reellen Zahlen eingeschränkten Hilbert-Raum, also einem euklidischen Raum, ausreichend.

In Matrizenschreibweise lautet Gl. (6-4) (zur besseren Veranschaulichung dargestellt für den Spezialfall $N < L-1$)

$$\begin{bmatrix}
 \varphi(-L+1) & 0 & \cdots & 0 \\
 \varphi(-L+2) & \varphi(-L+1) & & \vdots \\
 \vdots & \varphi(-L+2) & & 0 \\
 \vdots & \vdots & & \varphi(-L+1) \\
 \vdots & \vdots & & \varphi(-L+2) \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \varphi(-1) & \varphi(-2) & & \varphi(-N) \\
 \varphi(0) & \varphi(-1) & & \varphi(-N+1) \\
 \varphi(1) & \varphi(0) & & \vdots \\
 \vdots & \vdots & & \varphi(-1) \\
 \vdots & \vdots & & \varphi(0) \\
 \varphi(N-1) & \varphi(N-2) & & \varphi(1) \\
 \varphi(N) & \varphi(N-1) & & \varphi(0) \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 \varphi(L-1) & \varphi(L-2) & & \varphi(N-1) \\
 0 & \varphi(L-1) & & \varphi(N) \\
 \vdots & \vdots & & \vdots \\
 0 & \vdots & & \varphi(L-1)
 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(N-1) \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} \psi(-L+1) \\ \psi(-L+2) \\ \vdots \\ \psi(-1) \\ \psi(0) \\ \psi(1) \\ \vdots \\ \psi(N-1) \\ \psi(N) \\ \vdots \\ \psi(L-1) \\ \vdots \\ \psi(L+N-2) \end{bmatrix} \quad (6-11)$$

bzw. $\Phi \cdot \underline{h} \stackrel{!}{=} \underline{\psi}$. (6-11)

Die Matrix Φ bildet somit den Vektor $\underline{h}$, der einem Hilbert-Raum V^N der Dimension N entstammt, auf einen anderen Hilbert-Raum V^{2L+N-2} der Dimension $2L+N-2$ ab. Letzterer Raum enthält den Vektor $\underline{\psi}$. Nun ist aber, wie erwähnt, das Produkt $\Phi \cdot \underline{h}$ nur

in seltenen Fällen exakt gleich $\underline{\psi}$. Verändert man $\underline{h}$, so erhält man verschiedene Näherungsvektoren $\hat{\underline{\psi}}$ für $\underline{\psi}$, i.a. aber nie $\underline{\psi}$ selbst; denn alle $\hat{\underline{\psi}}$ liegen in einem Unterraum U^N der Dimension N des Vektorraums V^{2L+N-2} . Die linear unabhängigen Spaltenvektoren $\underline{\varphi}_0, \underline{\varphi}_1, \dots, \underline{\varphi}_{N-1}$ der Matrix $\underline{\Phi}$ bilden eine (normalerweise nicht orthogonale) Basis des U^N /6-2/. Bild 6-3 veranschaulicht dies im reellen dreidimensionalen Raum V^3 mit einem zweidimensionalen Unterraum U^2 :

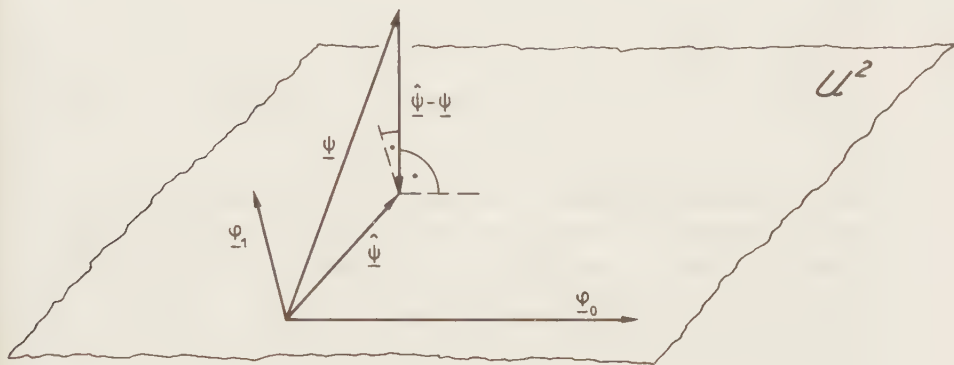


Bild 6-3: Veranschaulichung des Approximationsproblems im reellen dreidimensionalen Raum V^3 .

Der Vektor $\underline{\psi}$ ist im V^3 vorgegeben. U^2 wird von den Basisvektoren $\underline{\varphi}_0$ und $\underline{\varphi}_1$ aufgespannt. Es soll ein Vektor $\hat{\underline{\psi}}$ aus U^2 gefunden werden, der $\underline{\psi}$ möglichst gut annähert. Die optimale Lösung dieses Approximationsproblems ist dann erreicht, wenn die Norm (d.h. die Länge) des Differenzvektors

$$\Delta \underline{\psi} = \hat{\underline{\psi}} - \underline{\psi} \quad (6-12)$$

minimal ist. Es ist anhand von Bild 6-3 anschaulich klar, daß dann $\hat{\underline{\psi}}$ die orthogonale Projektion von $\underline{\psi}$ auf den Unterraum sein muß. Allgemein wird dieser Zusammenhang durch den Projektionssatz in Hilbert-Räumen /6-2/ ausgedrückt:

"In einem Hilbert-Raum V^{m+n} der Dimension $m+n$ (mit $m \in \mathbb{N}$ und $n \in \{0, \mathbb{N}\}$) sei der Vektor $\underline{\psi}$ gegeben. Ein Vektor $\hat{\underline{\psi}}$ aus einem Unterraum U^n des V^{m+n} minimiert die Norm $||\hat{\underline{\psi}} - \underline{\psi}||$ genau dann, wenn er die orthogonale Projektion von $\underline{\psi}$ auf den Unterraum U^n darstellt."

Im folgenden soll das Entwurfsproblem nur noch in euklidischen Räumen behandelt werden. Dann kann die allgemeine Norm $||\hat{\underline{\psi}} - \underline{\psi}||$ durch die euklidische Norm $|\hat{\underline{\psi}} - \underline{\psi}|$ ersetzt werden. Damit läßt sich mittels Gl. (6-11) folgende Optimierungsbedingung angeben:

$$|\hat{\underline{\psi}} - \underline{\psi}|^2 = |\underline{\phi} \cdot \underline{h} - \underline{\psi}|^2 = \varepsilon \stackrel{!}{=} \text{Min.} \quad (6-13)$$

Ein Filterentwurf, der der Gl. (6-13) genügt, wird deshalb als "Minimum-Fehlerquadrat-Entwurf" bezeichnet. Die dabei gewonnenen optimalen Vektoren sollen hier "optimaler Annäherungsvektor $\hat{\underline{\psi}}_0$ ", "minimaler Differenzvektor $\Delta \underline{\psi}_0$ " und "optimale realisierbare Impulsantwort $\underline{h}_0$ " genannt werden.

Vor der weiteren Betrachtung des Minimum-Fehlerquadrat-Entwurfs soll jedoch noch ein einfaches Näherungsverfahren für die Lösung der Gl. (6-11), welches aber i.a. nicht die optimale realisierbare Impulsantwort liefert, erwähnt werden.

6.2.4 Entwurf durch ausschnittweise Lösung des Systems von Bedingungsgleichungen

Genügt $\varphi(\kappa)$ der Gl. (4-84), liegt also weißes Rauschen vor, so erhält man aus Gl. (6-11) sofort ein eindeutig lösbares Gleichungssystem, indem man nur die folgenden N Gleichungen herausgreift:

$$\begin{bmatrix} \varphi(0) & \varphi(-1) & \dots & \varphi(-N+1) \\ \varphi(1) & \varphi(0) & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \varphi(N-1) & \dots & \dots & \varphi(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(N-1) \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} \psi(0) \\ \psi(1) \\ \vdots \\ \psi(N-1) \end{bmatrix}$$

bzw. $\hat{\underline{\Phi}} \cdot \underline{h} \stackrel{!}{=} \underline{\psi}$ (6-14)

Im Fall des weißen Rauschens ist $\hat{\underline{\Phi}}$ die mit $\sigma_{r_1}^2$ multiplizierte Einheitsmatrix und es ergibt sich sofort die Gl. (4-88). Selbstverständlich ist es dabei nicht sinnvoll, k_0 größer als $N-1$ zu wählen.

Stellt $r_1(k)$ farbiges Rauschen dar, dessen AKF sehr schnell auf kleine Werte abfällt, so ist es möglich, daß eine nach Gl. (6-14) berechnete Impulsantwort $h(k)$ die optimale realisierbare Impulsantwort $h_0(k)$ gut annähert. Allerdings ist der entstehende Approximationsfehler weder formelmäßig angebar noch gezielt minimierbar.

Vorteilhaft bei diesem Verfahren ist, daß es mit geringem Rechenaufwand durchführbar ist: Es ist lediglich das Gleichungssystem (6-14) zu lösen, wobei die Tatsache, daß $\hat{\underline{\Phi}}$ eine symmetrische Töplitzmatrix /6-3/ ist, zur Aufwandsverminderung ausgenutzt werden kann. Methoden zur exakten Lösung solcher Gleichungssysteme mit minimalem Rechenaufwand haben Trench /6-4/ und Zohar /6-5/ vorgeschlagen.

Zur Abschätzung des Rechenaufwands wurden die für diese Lösungsverfahren erforderlichen arithmetischen Operationen, also Additionen, Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen, gezählt (Adressenrechnungen blieben unberücksichtigt). Aus der so bestimmten Operationenzahl kann direkt auf die Rechenzeit geschlossen werden, wenn das Verfahren so realisiert wird, daß alle genannten Rechenoperationen ungefähr dieselbe Ausführungszeit benötigen. Solche Realisierungen sind z.B.:

- a) die Gleitkomma-Rechnung in FORTRAN auf einer Rechenanlage PDP 11/45 mit "hardware"-Gleitkommaprozessor;
- b) die Festkomma-Rechnung im Assembler-Code eines Mini- oder Mikrorechners mit "hardware"-Multiplizierer (z.B. /6-6/). Hierbei ist zwar die Divisionszeit erheblich länger als die Ausführungszeit der anderen Operationen, wegen der geringen Zahl der in den hier zu behandelnden Algorithmen enthaltenen Divisionen ist aber trotzdem näherungsweise ein Rückschluß auf die Rechenzeit möglich.

Die Zählung ergab für jedes der beiden Verfahren von Trench bzw. Zohar einen Aufwand von

$$z_{TZ} = 4N^2 - 2N - 4 \quad (6-15)$$

arithmetischen Operationen. Will man den durch die ausschnittsweise Lösung des Gleichungssystems (6-11) entstandenen quadratischen Approximationsfehler ϵ ermitteln, so muß man die nach Gl. (6-14) berechnete Impulsantwort $h(k)$ mit $\varphi(k)$ falten, wodurch man $\hat{\psi}$ erhält. Anschließend ist $|\hat{\psi} - \psi|^2$ zu berechnen. Bei Verwendung der schnellen Faltung mittels DFT und eines Zusatzalgorithmus' für die Transformation reeller Folgen /6-7/ erfordert dies ca.

$$z_{\epsilon A} = \frac{15}{2}J \cdot \lg J + \frac{21}{2}J \quad (6-16)$$

Rechenoperationen, mit J nach Gl. (6-7).

Rino /6-8/ hat ein iteratives Verfahren zur Lösung des Gleichungssystems (6-14) unter Verwendung der DFT angegeben. Ekstrom /6-9/ hat diese Methode auf Block-Töplitzmatrizen erweitert und Fehleruntersuchungen durchgeführt. Der Rechenaufwand für diese Lösungsmethoden hängt von der Zahl der erforderlichen Iterationsschritte und damit von den jeweiligen $\varphi(r)$ und $\psi(k)$ ab. Erst in jüngster Zeit wurde von Jain /6-10/ ein Verfahren vorgeschlagen, das mittels DFT eine exakte Lö-

sung von Gleichungssystemen mit Töplitzmatrizen erlaubt. Voraussetzung ist allerdings, daß die Töplitzmatrix eine ausgeprägte Bandstruktur hat, d.h. nur wenige Nebendiagonalen nicht identisch verschwinden.

Bei den in /1-10/ beschriebenen Untersuchungen wurde als Filter-Entwurfsmethode ausschließlich die ausschnittweise Lösung des Bedingungsgleichungssystems angewendet. Weil sich jedoch gezeigt hatte, daß der Approximationsfehler hierbei oft erheblich höher ist und in seiner Größe sehr viel stärker schwankt als beim Minimum-Fehlerquadrat-Entwurf, wurde die erstere Methode hier nur noch für die in Abschn. 6.2.9 beschriebenen Vergleichsuntersuchungen verwendet.

6.2.5 Minimum-Fehlerquadrat-Entwurf

In diesem Abschnitt sollen zwei Verfahren beschrieben werden, die beide stets einen der Gl. (6-13) genügenden Filterentwurf ermöglichen. Wie Bild 6-2 zeigt, ist für die Herleitung des einen Verfahrens (Orthonormierung eines Unterraums) die Vektorraumdarstellung nach Abschn. 6.2.3 eine notwendige Voraussetzung, während das andere Verfahren (Lösung der Normalgleichungen) auch durch direkte Auswertung der Gl. (6-13) mit Hilfe der Differentialrechnung entwickelt werden kann.

6.2.5.1 Entwurf durch Orthonormierung

Die optimale realisierbare Impulsantwort $h_o(k)$ kann dadurch gefunden werden, daß für den Unterraum U^N aus dessen allgemeiner Basis $\varphi_0, \varphi_1, \dots, \varphi_{N-1}$ eine Orthonormalbasis konstruiert wird /6-2/. Im einzelnen ist bei dieser Lösungsmethode wie folgt vorzugehen:

- a) Ein $(N+1)$ -dimensionaler Unterraum U^{N+1} des V^{2L+N-2} ist zu definieren durch den Satz linear unabhängiger Basisvektoren

$$\{\underline{\psi}_0, \underline{\psi}_1, \dots, \underline{\psi}_{N-1}, \underline{\psi}\}.$$

(Der $(N+1)$ -te Basisvektor wird also durch den vorgegebenen Modellvektor $\underline{\psi}$ gebildet).

- b) Für diesen U^{N+1} ist eine Orthonormalbasis zu konstruieren, z.B. mit dem Verfahren nach Gram und Schmidt (z.B. /6-2/). Beim letzten Schritt des Verfahrens entsteht u.a. der Differenzvektor $\Delta \underline{\psi}_0 = \hat{\underline{\psi}}_0 - \underline{\psi}$.
- c) Daraus ist der Vektor $\hat{\underline{\psi}}_0 = \Delta \underline{\psi}_0 + \underline{\psi}$ zu errechnen. Damit ist ein Vektor bekannt, für den das Gleichungssystem (6-11) exakt lösbar ist.
- d) Deshalb kann jetzt auf eine modifizierte Form des Gleichungssystems (6-11), nämlich auf

$$\underline{\phi} \cdot \underline{h}_0 = \hat{\underline{\psi}}_0, \quad (6-17)$$

der in Abschn. 6.1.2 beschriebene Frequenzbereichsentswurf angewendet werden.

Die Zählung der arithmetischen Operationen, die wie in Abschn. 6.2.4 durchgeführt wurde, ergab für das obige Verfahren eine sehr große Anzahl. Allein die unter b) genannte Konstruktion einer Orthonormalbasis nach dem Gram-Schmidt-Verfahren erfordert ca.

$$z_{GS} = 2JN^2 + JN - \frac{1}{2} N^2 - \frac{1}{2} N \quad (6-18)$$

Rechenoperationen, mit J nach Gl. (6-7). Der Aufwand für die weiteren Schritte des Verfahrens ist gegen z_{GS} vernachlässigbar, wenn man die bei der vorliegenden Anwendung erforderliche Größenordnung von N (> 100) zugrundelegt. Es wird deshalb auf die Angabe der relativ umfangreichen Formel für den Gesamtaufwand des Verfahrens verzichtet. (Im Abschn. 6.2.9

wird letzterer für ein praxisnahes Beispiel zahlenwertmäßig angegeben).

Eine beträchtliche Aufwandsreduzierung wäre möglich, wenn beim Gram-Schmidt-Verfahren die Töplitz-Eigenschaft der Matrix $\underline{\Phi}$ berücksichtigt werden könnte. Ein Versuch, dies zu erreichen, ist aus der Literatur bekannt /6-11/. Es konnte jedoch nachgewiesen werden, daß das dort vorgeschlagene Verfahren nur dann fehlerlos arbeitet, wenn die Spaltenvektoren von $\underline{\Phi}$ bereits orthogonal sind. Dieser Fall kann aber in der Praxis nicht erwartet werden. Die genannte Vereinfachung ist deshalb, nach der Kenntnis des Verfassers, bisher noch nicht möglich.

Für den quadratischen Approximationsfehler ϵ werden in Abschn. 6.2.5.2 eine einfache Formel sowie obere und untere Grenzen hergeleitet. Seine zahlenwertmäßige Berechnung kann hier auf andere Weise, aber ähnlich einfach wie dort, erfolgen. Im Schritt c) wurde nämlich der optimale Annäherungsvektor $\hat{\underline{\Psi}}_0$ gewonnen. ϵ kann deshalb aus Gl. (6-13) mit

$$\underline{z}_{\epsilon 0} = 3J-1 \quad (6-19)$$

arithmetischen Operationen errechnet werden.

6.2.5.2 Entwurf durch Lösung der Normalgleichungen

Eine weitere Lösungsmöglichkeit für das durch Gl. (6-13) beschriebene Minimierungsproblem kann man aus der in Abschn. 6.2.3 angegebenen Vektorraumdarstellung gewinnen, wenn man die Bedingungen für die Orthogonalität von $\Delta \underline{\Psi}_0$ bezüglich des Unterraums U^N anschreibt:

$$(\Delta \underline{\Psi}_0, \underline{\varphi}_v) = (\hat{\underline{\Psi}}_0 - \underline{\Psi}_0, \underline{\varphi}_v) \stackrel{!}{=} 0 \text{ für } v = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6-20)$$

Mit Gl. (6-11) bzw. Gl. (6-13) folgt aus Gl. (6-20)

$$(\underline{\psi} \cdot \underline{h}_0 - \underline{\psi}, \underline{\varphi}_v) \stackrel{!}{=} 0$$

$$(-\underline{\psi} + \sum_{\ell=0}^{N-1} h_0(\ell) \cdot \underline{\varphi}_\ell, \underline{\varphi}_v) \stackrel{!}{=} 0 \text{ für } v = 0, 1, \dots, N-1. \quad (6-21)$$

Dies ergibt folgendes Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} (\underline{\varphi}_0, \underline{\varphi}_0) & (\underline{\varphi}_1, \underline{\varphi}_0) & (\underline{\varphi}_2, \underline{\varphi}_0) & \dots & (\underline{\varphi}_{N-1}, \underline{\varphi}_0) \\ (\underline{\varphi}_0, \underline{\varphi}_1) & (\underline{\varphi}_1, \underline{\varphi}_1) & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ (\underline{\varphi}_0, \underline{\varphi}_{N-1}) & \dots & \dots & \dots & (\underline{\varphi}_{N-1}, \underline{\varphi}_{N-1}) \end{bmatrix} \cdot \underline{h}_0 = \begin{bmatrix} (\underline{\psi}, \underline{\varphi}_0) \\ (\underline{\psi}, \underline{\varphi}_1) \\ \vdots \\ (\underline{\psi}, \underline{\varphi}_{N-1}) \end{bmatrix} \quad (6-22)$$

Mit Gl. (6-11) und der Symmetrie der AKF ergibt sich

$$(\underline{\varphi}_v, \underline{\varphi}_\mu) = \rho(|v-\mu|) = \sum_{k=-L+1}^{L-1-|v-\mu|} \varphi(k) \cdot \varphi(k+|v-\mu|)$$

für $v, \mu \in [0, N-1]$. (6-23)

Die Skalarprodukte $(\underline{\varphi}_v, \underline{\varphi}_\mu)$ sind also die ersten N Werte einer nichtnormierten Autokorrelation $\rho(|v-\mu|)$ der AKF $\varphi(k)$. Sie lassen sich daher mit geringem Rechenaufwand bestimmen, wenn die DFT angewendet wird. Beachtet man dabei, daß $\varphi(k)$ eine reelle und gerade Folge ist (/6-7/) und daß nur ein Ausschnitt der Länge N aus $\rho(|v-\mu|)$ benötigt wird (also Überfaltungen zugelassen werden können), dann benötigt man

$$z_p = \frac{5}{2} J \cdot \text{ld } J + 4J \quad (6-24)$$

arithmetische Operationen. J ist wieder durch Gl. (6-7) gegeben.

Gl. (6-11) läßt außerdem erkennen, daß gilt:

$$(\underline{\psi}, \underline{\varphi}_v) = q(v) = \sum_{k=-L+1}^{L+1} \varphi(k) \cdot \psi(k+v) \text{ für } v \in [0, N-1]. \quad (6-25)$$

Die Skalarprodukte $(\underline{\psi}, \underline{\varphi}_v)$ stellen demnach N Werte aus der

nichtnormierten Kreuzkorrelationsfolge $q(v)$ von $\varphi(\kappa)$ und $\psi(k)$ dar. Deshalb können auch sie vorteilhaft mit Hilfe der DFT berechnet werden. Bei Berücksichtigung der Tatsache, daß $\varphi(\kappa)$ und $\psi(k)$ reelle Folgen sind, erfordert die Berechnung von $q(v)$

$$z_q = 5J \cdot \lg J + 5J \quad (6-26)$$

arithmetische Operationen.

Mit Gl. (6-23) und Gl. (6-25) ergeben sich aus Gl. (6-22) als Bedingungsgleichungen für $h_o(k)$ die sog. Normalgleichungen

$$\begin{bmatrix} \rho(0) & \rho(1) & \rho(2) & \dots & \rho(N-1) \\ \rho(1) & \rho(0) & & & \\ \rho(2) & & \ddots & & \\ \vdots & & & \ddots & \\ \rho(N-1) & & & & \rho(0) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_o(0) \\ h_o(1) \\ \vdots \\ h_o(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q(0) \\ q(1) \\ \vdots \\ q(N-1) \end{bmatrix}$$

$$\text{bzw.} \quad \underline{R} \cdot \underline{h_o} = \underline{q} \quad (6-27)$$

Dieses Gleichungssystem ist eindeutig lösbar, wenn die Spaltenvektoren $\underline{\varphi}_v$, $v = 0, 1, \dots, N-1$, der Matrix $\underline{\Phi}$ linear unabhängig sind /6-2/. Es soll nun gezeigt werden, daß die $\underline{\varphi}_v$ im vorliegenden Fall nur dann linear abhängig voneinander sind, wenn $\varphi(\kappa)$ identisch verschwindet:

Es wird angenommen, die $\underline{\varphi}_v$ seien linear abhängig. Dann gilt z.B.

$$\underline{\varphi}_0 = \sum_{v=1}^{N-1} \alpha_v \cdot \underline{\varphi}_v, \quad (6-28)$$

wobei mindestens ein $\alpha_v \neq 0$ sein muß.

Aus Gl. (6-11) läßt sich die Konsequenz dieser Annahme sofort ablesen. Die erste Zeile von $\underline{\Phi}$ liefert

$$\varphi(-L+1) = 0.$$

Damit folgt aus der zweiten Zeile

$$\varphi(-L+2) = 0.$$

Die Fortsetzung des zeilenweisen Einsetzens in Gl. (6-11) erbringt den Beweis für obige Behauptung.

Die Matrix $\underline{R}$ in Gl. (6-27) ist, wie $\hat{\underline{\phi}}$ in Gl. (6-14), eine symmetrische Töplitz-Matrix. Hinsichtlich Lösungsalgorithmen für Gl. (6-27) und deren Rechenaufwand kann deshalb auf die entsprechenden Ausführungen in Abschn. 6.2.5.1 verwiesen werden.

Die zu Beginn des Abschn. 6.2.5 erwähnte Herleitung der Normalgleichungen aus der Differentialrechnung hat folgenden Ablauf:

Die Gl. (6-13) ist beidseitig nach $h(k)$ zu differenzieren, wobei k von 0 bis $N-1$ läuft. Dann können die notwendigen Bedingungen für ein Minimum von ϵ

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial h(k)} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (6-29)$$

ausgewertet werden. Dabei ergibt sich das Gleichungssystem (6-22).

Es soll nun noch eine andere Darstellung des quadratischen Fehlers ϵ angegeben werden, welche es ermöglicht, einen relativen Fehler F zu definieren und eine obere und eine untere Schranke für F anzugeben.

Aus Gl. (6-13) folgt

$$\begin{aligned} \epsilon &= (\underline{\psi} - \underline{\hat{\phi}} \cdot \underline{h}_0)^T \cdot (\underline{\psi} - \underline{\hat{\phi}} \cdot \underline{h}_0) \\ &= |\underline{\psi}|^2 + (\underline{\hat{\phi}} \cdot \underline{h}_0)^T (\underline{\hat{\phi}} \cdot \underline{h}_0) - (\underline{\hat{\phi}} \cdot \underline{h}_0)^T \underline{\psi} - \underline{\psi}^T \underline{\hat{\phi}} \cdot \underline{h}_0 \end{aligned} \quad (6-30)$$

Eine zu den Normalgleichungen (6-27) äquivalente Schreibweise ist

$$\underline{\hat{\phi}}^T \cdot \underline{\hat{\phi}} \cdot \underline{h}_0 = \underline{\hat{\phi}}^T \cdot \underline{\psi} \quad (6-31)$$

Setzt man Gl. (6-31) in Gl. (6-30) ein, so ergibt sich

$$\varepsilon = |\underline{\psi}|^2 - \underline{\psi}^T \cdot \underline{\phi} \cdot \underline{h}_O \quad (6-32)$$

bzw. mit Gl. (4-87) und (6-3)

$$\varepsilon = E - \underline{\psi}^T \cdot \underline{\phi} \cdot \underline{h}_O \quad . \quad (6-33)$$

Als relativer Fehler soll (in Übereinstimmung mit /6-11/ und /6-12/) definiert werden:

$$F = \frac{\varepsilon}{E} = 1 - \frac{\underline{\psi}^T \cdot \underline{\phi} \cdot \underline{h}_O}{E} \quad . \quad (6-34)$$

Eine elementare Umformung liefert

$$F = 1 - \frac{(\underline{\phi}^T \cdot \underline{\psi})^T \cdot \underline{h}_O}{E}$$

und Gl. (6-11) zeigt, daß Gl. (6-25) eingesetzt werden kann, was schließlich auf

$$\begin{aligned} F &= 1 - \frac{\underline{q}^T \cdot \underline{h}_O}{E} \\ &= 1 - \frac{(\underline{q}, \underline{h}_O)}{E} \end{aligned} \quad (6-35)$$

führt.

Wie in /6-12/ gezeigt wird, kann ein solcher Fehlerausdruck nur folgende Werte annehmen:

$$0 \leq F \leq 1 \quad . \quad (6-36)$$

Mittels Gl. (6-35) kann nun bei jedem Filterentwurf der jeweilige Approximationsfehler berechnet werden, wofür (ohne Berechnung von E) nur

$$z_F = 2N + 1 \quad (6-37)$$

arithmetische Operationen erforderlich sind.

6.2.6 Optimierung der Länge der Suchfilter-Impulsantwort

Die in Abschn. 6.2.5 entwickelten Entwurfsverfahren liefern zwar Suchfilter minimalen Approximationsfehlers ϵ für vorgegebene Werte von N und k_0 , geben aber keinen Hinweis darauf, ob und ggf. wie ϵ auch von diesen Parametern abhängt. Die entsprechenden Betrachtungen müssen deshalb gesondert vorgenommen werden. In diesem Abschnitt soll zunächst die Abhängigkeit des Fehler ϵ von N betrachtet werden, während im nächsten Abschnitt der Einfluß der Grundverzögerung k_0 auf ϵ untersucht wird.

Als Beziehung zwischen ϵ und N kann die folgende Ungleichung angegeben werden:

$$\epsilon[\varphi(\kappa), s_0(k_0 - k), N+1] \leq \epsilon[\varphi(\kappa), s_0(k_0 - k), N] \quad . \quad (6-38)$$

Sie gilt für alle $N \in \mathbb{N}$, wobei vorauszusetzen ist, daß $\varphi(\kappa)$ und $s_0(k_0 - k)$ unverändert bleiben.

Die Gl. (6-38) läßt sich wie folgt beweisen:

Es sei ein fester Vektor $\underline{\psi}$ sowohl in einem Raum V^{N+v} als auch in einem Raum V^{N+1+v} gegeben (d.h. die Komponente von $\underline{\psi}$ in Richtung des $N+1+v$ -ten Basisvektors $\underline{e}_{N+1+v}$ sei Null). V^{N+v} sei ein Unterraum von V^{N+1+v} . In einem Unterraum U^N des V^{N+v} sei der optimale Annäherungsvektor $\hat{\underline{\psi}}_O^{(N)}$ zu $\underline{\psi}$ gefunden, ebenso in einem Unterraum U^{N+1} der optimale Annäherungsvektor $\hat{\underline{\psi}}_O^{(N+1)}$. Damit ist die Länge von $\Delta \underline{\psi}_O^{(N)} = -\underline{\psi} + \hat{\underline{\psi}}_O^{(N)}$ minimal in Bezug auf den Raum U^N und die Länge von $\Delta \underline{\psi}_O^{(N+1)} = -\underline{\psi} + \hat{\underline{\psi}}_O^{(N+1)}$ minimal in Bezug auf den Raum U^{N+1} . Es gilt aber auch $\hat{\underline{\psi}}_O^{(N)} \in U^{N+1}$. Der Projektionssatz /6-2/ besagt jedoch, daß es in U^{N+1} keinen kürzeren optimalen Differenzvektor geben kann als $\Delta \underline{\psi}_O^{(N+1)}$, insbesondere also auch nicht $\Delta \underline{\psi}_O^{(N)}$. Das Gleichheitszeichen in Gl. (6-38) gilt dann und nur dann, wenn

$$\Delta \underline{\psi}_O^{(N+1)} = \Delta \underline{\psi}_O^{(N)} \quad (6-39)$$

[wegen der Eindeutigkeit der Lösung von Gl. (6-27)].

Gl. (6-39) soll so verstanden werden, daß $\Delta \psi_O^{(N)}$ um eine $N+1+v$ -te Komponente ergänzt wird, die stets 0 ist, womit er die Dimension von $\Delta \psi_O^{(N+1)}$ erreicht. Nach dem Projektionsatz ist $\Delta \psi_O^{(N)}$ dann also auch zu dem neuhinzugekommenen Basisvektor ψ_N des U^{N+1} orthogonal.

Bild 6-4 veranschaulicht diesen Beweis für $N = 1$ und $v = 1$.

Unter den bei Gl. (6-38) genannten Voraussetzungen gilt

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \varepsilon [\varphi(\kappa), s_O(k_O - k), N] = 0 \quad . \quad (6-40)$$

Gl. (6-40) soll indirekt bewiesen werden:

Es wird angenommen, es gelte

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \varepsilon [\varphi(\kappa), s_O(k_O - k), N] = \varepsilon [\varphi(\kappa), s_O(k_O - k), N_O] \quad .$$

Es muß also in Gl. (6-38) Gleichheit für alle $N \geq N_O$ bestehen.

Aus Gl. (6-39) folgt dann $\Delta \psi_O^{(N)} = \Delta \psi_O^{(N_O)}$ für alle $N \geq N_O$.

Daraus ergeben sich die Orthogonalitätsbedingungen

$$(\psi_n, \Delta \psi_O^{(N_O)}) \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq n \leq N-1 \quad . \quad (6-41)$$

Weil $\Delta \psi_O^{(N_O)}$ für $N > N_O$ die Form

$$\Delta \psi_O^{(N_O)} = [\Delta \psi_O(-L+1), \Delta \psi_O(-L+2), \dots, \Delta \psi_O(L+N_O-2), 0, \dots, 0]^T$$

hat, ist für $N > 2L + N_O - 2$ die Gl. (6-41) trivialerweise erfüllt [man vergleiche Gl. (6-11)]. Dann hat nämlich jeweils ein Vektor Nullen wo der andere von Null verschiedene Komponenten hat. Für $N = 2L + N_O - 2$ ergibt sich dagegen:

$$\varphi(-L+1) \cdot \Delta \psi_O(L+N_O-2) \stackrel{!}{=} 0.$$

Da $\varphi(-L+1) \neq 0$ ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen werden kann, folgt

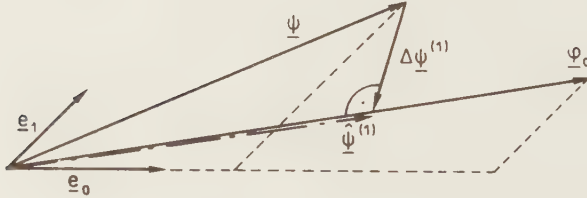
$$\Delta \psi_O(L+N_O-2) = 0.$$

Für $N = 2L + N_O - 3$ gilt damit

a)

$$\begin{bmatrix} \varphi(0) \\ \varphi(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_0(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\psi}_0(0) \\ \hat{\psi}_0(1) \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} \psi(0) \\ \psi(1) \end{bmatrix}$$

$$\underline{\varphi}_0 \cdot \underline{h}_0 = \underline{\hat{\psi}}_0 \stackrel{!}{=} \underline{\psi}$$



b)

$$\begin{bmatrix} \varphi(0) & 0 \\ \varphi(1) & \varphi(0) \\ 0 & \varphi(1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_0(0) \\ h_0(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\psi}_0(0) \\ \hat{\psi}_0(1) \\ \hat{\psi}_0(2) \end{bmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{bmatrix} \psi(0) \\ \psi(1) \\ \psi(2)=0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{\varphi}_0 & \underline{\varphi}_1 \end{bmatrix} \cdot \underline{h}_0 = \underline{\hat{\psi}}_0 \stackrel{!}{=} \underline{\psi}$$

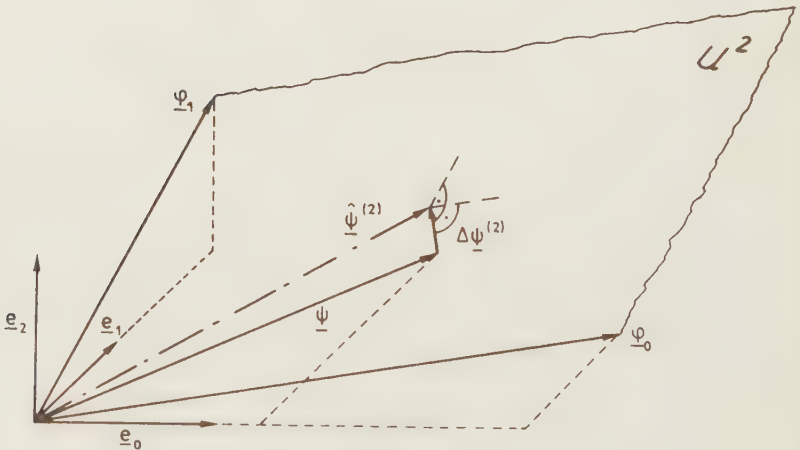


Bild 6-4: Veranschaulichung des Beweises von
 $\epsilon(N+1) \leq \epsilon(N)$ für $N = 1$ und $v = 1$:
 a) V^2 (Ebene) mit U^1 (Gerade);
 b) V^3 (Raum) mit U^2 (Ebene).

$$\varphi(-L+1) \cdot \Delta \psi_0(L+N_0-3) \stackrel{!}{=} 0.$$

Wenn man in dieser Weise weiter vorgeht kann man zeigen, daß gilt

$$\Delta \psi_0^{(N_0)} = 0,$$

d.h. spätestens bei der Filterlänge N_0 konnte $\underline{\psi}$ durch $\hat{\underline{\psi}}_0$ fehlerlos approximiert werden. Dann ist ϵ selbstverständlich Null. Solange dieser Fall jedoch noch nicht erreicht ist, kann nicht für alle $N \geq N_0$ in Gl. (6-38) das Gleichheitszeichen gelten.

Die Gl'n. (6-38) und (6-40) zeigen, daß N im mathematischen Sinn nicht optimiert werden kann, vielmehr begrenzt der zulässige Aufwand die erreichbare Genauigkeit. Aus heuristischen Überlegungen und Fehlermessungen konnte folgende Abschätzung abgeleitet werden:

Es ist nicht lohnend, N wesentlich größer als

$$N_g = k_0 + \hat{\kappa}_g \quad (6-42)$$

zu wählen, weil dann ϵ nur noch sehr langsam abnimmt. $\hat{\kappa}_g$ ist der Grenzwert von κ , bis zu dem wesentliche Komponenten der AKF $\varphi(\kappa)$ vorhanden sind.

6.2.7 Optimierung der Grundverzögerung des Suchfilters

Zwischen der Grundverzögerung k_0 des Suchfilters und dem quadratischen Approximationsfehler ϵ kann theoretisch keine Beziehung angegeben werden. Aufgrund physikalischer Überlegungen kann lediglich ein Bereich

$$K - 1 \leq k_0 \leq L + N - 2 \quad (6-43)$$

abgegrenzt werden, innerhalb dessen die Verzögerung k_0 des zu realisierenden Filters bleiben muß. Diese Einschränkung kann wie folgt begründet werden:

Selbstverständlich ist k_0 so zu wählen, daß $s_0(k_0 - k)$ mit allen K Werten innerhalb des Gleichungssystems (6-11) liegt. Es könnte k_0 dann aber auch kleiner als $K-1$ gewählt werden. Weil hier jedoch von Anfang an festgelegt ist, daß die Impulsantwort $h_0(k)$ nur im Intervall $[0, N-1]$ von Null verschiedene Werte haben kann (vgl. Gl. (6-1) und Bild 6-1), ergäbe sich bei der Anwendung eines mit $k_0 < K-1$ entworfenen Suchfilters stets ein Informationsverlust. In diesem Fall müßte nämlich das Maximum im Ausgangssignal $y(k)$, welches den Detektionsfall anzeigt, bereits dann auftreten, wenn das zu detektierende Signal noch nicht vollständig oder noch gar nicht ins Filter eingelaufen ist.

Innerhalb des durch Gl. (6-43) definierten Intervalls muß die optimale Grundverzögerung $k_{0\text{opt}}$ empirisch bestimmt werden. Abhängig vom Verlauf der Folgen $\varphi(k)$ und $s_0(k)$ ergeben sich dabei irgendwelche Fehlerkurven. Im vorliegenden Anwendungsfall zeigten diese allerdings eine einheitliche Form: Während für sehr kleine und sehr große k_0 der relative Fehler F gegen den Wert 1 strebt, ergibt sich dazwischen ein ausgeprägtes Minimum. Um dieses zu finden, muß ein großer Bereich für k_0 systematisch abgesucht werden. Dabei muß aber für jeden neuen Wert von k_0 ein großer Teil des Filterentwurfs wiederholt werden. Dieses Suchverfahren ist in /6-13/ unter dem Namen "sideways recursion algorithm" erstmals vorgeschlagen worden.

Sehr viel Rechenaufwand konnte daher eingespart werden, als sich zeigte, daß mit einer auf heuristischen Überlegungen /1-10/ beruhenden Abschätzung $\hat{k}_0$ für das optimale k_0 beim Minimum-Fehlerquadrat-Entwurf das absolute Fehlerminimum sehr gut angenähert werden kann. Die genannte Überlegung lautet wie folgt:

I.a. wird $2L$ größer, meistens sogar wesentlich größer als N sein. Dann ist in keiner Zeile der Matrix $\underline{\phi}$ die AKF-Schätz-

wertfolge $\varphi(\kappa)$ in voller Länge enthalten, wie in Gl. (6-11) zu erkennen ist. Weil die AKF eines Signals ohne periodische Anteile von $\kappa = 0$ aus nach beiden Seiten abfällt, ist im Mittel zu erwarten, daß diejenigen Matrixzeilen $\varphi(\kappa)$ am genauesten wiedergeben, bei denen $\varphi(0)$ in der Zeilenmitte liegt. Es wurde zunächst hypothetisch angenommen, daß sich der geringste Approximationsfehler dann ergibt, wenn diesen Matrixzeilen auf der rechten Seite des Gleichungssystems die betragsmäßig größten Werte des Modellsignals $s_0(k)$ gegenübergestellt werden. Nachfolgende experimentelle Untersuchungen, über die in Abschn. 6.2.9 berichtet wird, bestätigten weitgehend diese Hypothese.

Aus der obigen Überlegung ergab sich unter Berücksichtigung der Gl. (6-3) die Abschätzungsformel

$$\hat{k}_0 = \frac{N}{2} + k_E \quad . \quad (6-44)$$

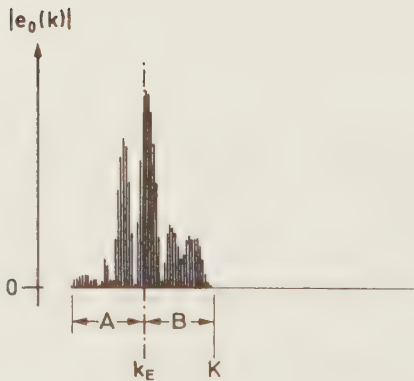
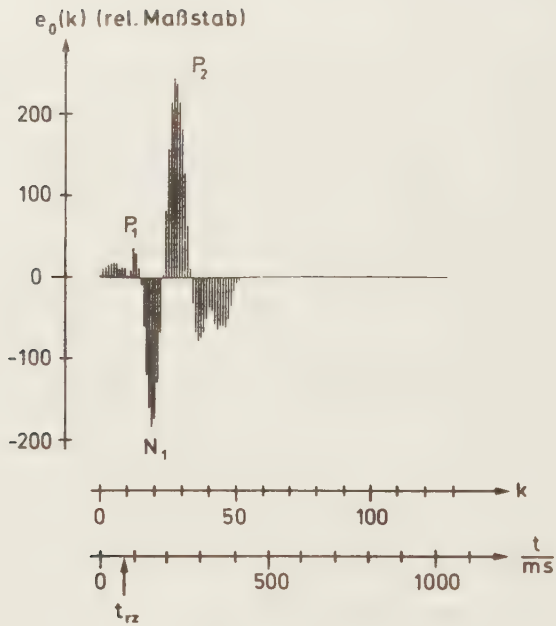
Dabei ist k_E der Median des betragsmäßigen Referenzsignals $|s_0(k)|$, d.h. k_E ist das kleinste k , für das gilt

$$\sum_{l=0}^k |s_0(l)| \geq \frac{1}{2} \sum_{l=0}^K |s_0(l)| \quad . \quad (6-45)$$

Bild 6-5 veranschaulicht die Berechnung von k_E am Beispiel des Potentialmodells $e_0(k)$ aus Abschn. 5.2.

6.2.8 Sicherstellung der Lösbarkeit des Approximationsproblems

Der Minimum-Fehlerquadrat-Entwurf optimaler Suchfilter liefert unter den angegebenen Bedingungen stets eine eindeutige Lösung und auch bei der numerischen Durchführung mit Gleitkomma-Arithmetik treten i.a. keine Probleme auf. Trotzdem ist nicht sichergestellt, daß dieses Verfahren stets eine sinnvolle Lösung des Approximationsproblems erlaubt. Am deutlichsten zeigt die Gl. (6-9), wann keine sinnvolle Lösung erwartet werden kann: Wenn das Leistungsdichtespektrum $G(z)$



Bedingung für k_E : $\Sigma(\text{Werte im Bereich A}) \stackrel{!}{=} \Sigma(\text{Werte im Bereich B})$

Bild 6-5: Zur Berechnung des Median k_E des betragsmäßigen Modellsignals, dargestellt am Beispiel von $e_0(k)$ aus Abschn. 5.2.

bzw. das Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}(z)$ Nullstellen hat und $\psi(z)$ an diesen Stellen von Null verschieden ist, so ergeben sich Singularitäten in $H(z)$. Daß dies bei der numerischen Lösung in Gleitkomma-Arithmetik nicht zu Überläufen führt, liegt nur in Approximations- und Rundungsfehlern, sowie in der begrenzten Frequenz-Selektivität der DFT begründet.

In /2-1/ und /2-2/ wird gezeigt, daß die zeitkontinuierliche Bedingungsgleichung (4-27), eine fredholmsche Integralgleichung erster Art, nur in bestimmten Fällen lösbar ist. Der einzige dieser Fälle, der für die hier vorliegende Anwendung von praktischer Bedeutung ist, ist der folgende:

Die AKF $\varphi_{r_1 r_1}(\tau)$ muß von der Form

$$\varphi_{r_1 r_1}(\tau) = G_0 \cdot \delta(\tau) + \tilde{\varphi}(\tau) \quad (6-46)$$

sein, d.h. das Eingangsrauschen muß einen Anteil weißen Rauschens enthalten:

$$G_{r_1 r_1}(\omega) = G_0 + \tilde{G}(\omega) \quad (6-47)$$

Theoretisch ist Gl. (4-27) für jedes $G_0 > 0$ lösbar, in der Praxis jedoch sollte es eine bestimmte Mindestgröße nicht unterschreiten. Andernfalls würde das entworfene Filter äußerst empfindlich auf Unterschiede zwischen dem für den Filterentwurf zugrundegelegten und dem bei den verarbeiteten Daten tatsächlich meßbaren Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}(\omega)$ reagieren.

Es soll nun ein Verfahren, das die sinnvolle Lösbarkeit des Approximationsproblems bei minimaler Verfälschung von $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}(\kappa)$ sicherstellt, vorgeschlagen werden:

- a) Zur Schätzung der AKF von $\{r_1(k)\}$ wird ein Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$ berechnet.
- b) Es wird geprüft, ob das Periodogramm folgende Bedingung erfüllt:

$$\hat{G}_{r_1 r_1}(i) \geq \sigma_w^2 \quad \text{für } |i| = 0, 1, \dots, L \quad (6-48)$$

Dabei repräsentiert σ_w^2 einen anhand der vorgesehenen Anwendung festgelegten Anteil zeitdiskreten weißen Rauschens und L den Stichprobenumfang.

- c) In den Punkten i, in denen $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$ die Gl. (6-48) nicht erfüllt, ist

$$\hat{G}_{r_1 r_1}(i) = \sigma_w^2$$

zu setzen.

- d) Inverse DFT liefert ein $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}(\kappa) = \varphi(\kappa)$, für das ein sinnvoller Entwurf möglich ist.

In Abschn. 6.2.10 wird das gesamte oben entwickelte Verfahren noch einmal kurz zusammengefaßt.

6.2.9 Ergebnisse von Rechenaufwands- und Approximationsfehler-Berechnungen

Für die bei den praktischen Untersuchungen an evozierten Potentialen häufig verwendeten Zahlenwerte $L = 512$ und $N = 128$ wurde der Gesamtaufwand an arithmetischen Operationen ermittelt, der für die in den Abschnitten 6.2.4 und 6.2.5 beschriebenen Entwurfsverfahren erforderlich ist. Die Tab. 6-1 zeigt die Ergebnisse.

Operationen- zahl für	ausschnittweise Lösung (Abschn. 6.2.4)	Orthonormie- rung (Abschn. 6.2.5.1)	Normalglei- chungen (Ab- schn. 6.2.5.2)
Filterentwurf	65 280	37 923 060	163 320
Berechnung des Fehlers F	99 770	3 450	260
S u m m e	165 050	37 926 510	163 580

Tab. 6-1: Ungefähre Zahl arithmetischer Operationen für verschiedene Filterentwurfsverfahren. $L=512$; $N=128$.

Die für die Approximationsfehler-Untersuchungen verwendeten EEG-Datensätze sind in Tab. 6-2 angegeben. Sie wurden entsprechend Kap. 11 gewonnen und vorverarbeitet. Die Parameter der verwendeten Reizsignale zeigt ebenfalls die Tabelle 6-2.

Registr.- Nr.	Versuchs- person *)	Art	R e i z		Anzahl M
			<u>Dauer**)</u> ms	<u>Intensität</u> db SPL	
9	Yo.	Sprach- band- Rauschen	100	40	85
10	Ma.	Sprach- band- Rauschen	100	40	84
25	An.	Sinus 1000 Hz	100	10	90
26	An.	Sinus 1000 Hz	100	30	99
27	Wu.	Sinus 1000 Hz	100	10	87
28	Wu.	Sinus 1000 Hz	100	20	100
29	An.	Sinus 1000 Hz	100	20	100

*) Alle Versuchspersonen waren männlichen Geschlechts.

**) Die Reizsignale wurden hart ein- und ausgeschaltet, jedoch mit einem C.C.I.T.T.-Sprachbandfilter nachgefiltert.

Tab. 6-2: Verwendete EEG-Datensätze.

Bei den Approximationsfehler-Untersuchungen und auch bei den in Kap. 7 und 9 beschriebenen Anwendungen wurde zum Suchfilterentwurf stets das Verfahren von Zohar /6-5/ verwendet. Um Rundungsfehler so klein wie möglich zu halten, wurde es in Gleitkommaarithmetik mit 56 Bit Mantissenwortlänge durch-

geführt. Durch Einsetzen der gefundenen Impulsantwort $h_o(k)$ in die Gl. (6-14) bzw. (6-27) konnte nachgewiesen werden, daß der Fehler bei der Lösung dieser Gleichungssysteme betragsmäßig stets kleiner als 10^{-10} blieb. Alle anderen Berechnungen wurden in Gleitkommaarithmetik mit 24 Bit Mantissenwortlänge durchgeführt. Das bei der Berechnung des AKF-Schätzwerts $\hat{\phi}_{r_1 r_1}(\kappa)$ als Zwischenergebnis entstandene Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$ wurde, falls erforderlich, so modifiziert, daß es die Gl. (6-48) für

$$\sigma_w^2 = 0,01 \cdot \max_{-L+1 \leq i \leq L} \{\hat{G}_{r_1 r_1}(i)\} \quad (6-49)$$

erfüllte.

Der typische Verlauf des relativen Approximationsfehlers F ist im Bild 6-6 über N und k_o aufgetragen. Strichpunktiert sind die Schätzwerte $\hat{k}_o$ für das optimale k_o eingetragen, wie sie sich aus Gl. (6-44) ergeben. Als AKF-Schätzwert $\varphi(\kappa)$ wurde dabei der Mittelwert aus 5 Einzelschätzwerten des Stichprobenumfangs $L = 512$ verwendet. Die zugrundeliegenden EEG-Daten waren aus dem Datensatz Nr. 9 als typische, artefaktfreie EEG-Daten ausgewählt worden. Das verwendete Modellsignal $s_o(k)$ war ein durch Vormittelung aller 85 Abschnitte $x_m(k)$ gewonnener Schätzwert $\hat{e}(k)$ des evozierten Potentials.

Das Bild 6-6 beinhaltet die Ergebnisse der Approximationsfehler-Berechnungen von 625 Filterentwürfen. Damit bei vertretbarem Rechenaufwand ein Überblick über das Fehlerverhalten mehrerer Datensätze gewonnen werden konnte, wurde der Variationsbereich der Parameter erheblich eingeschränkt: N wurde konstant auf dem Wert 128 festgehalten, während k_o nur in einer Umgebung des Schätzwerts $\hat{k}_o$ solange verändert wurde, bis das Fehlerminimum $F_{\min}$ gefunden war. Diese Optimierung wurde für mehrere Abschnitte jedes Datensatzes jeweils viermal durchgeführt, und zwar für die in Tab. 6-3 (siehe unten) genannten Fälle.

Dabei bezeichnen "Normalgleichungs-Lösung" und "ausschnittweise Lösung" das Filterentwurfsverfahren.

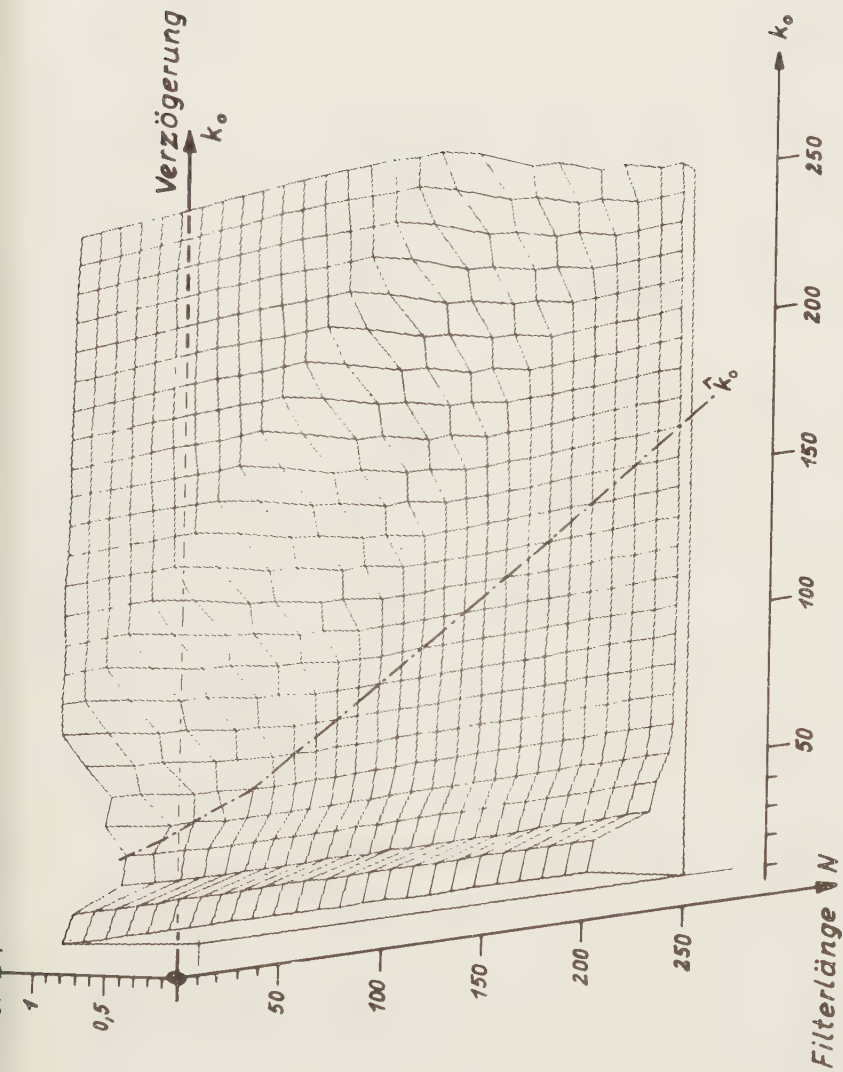


Bild 6-6: Typischer Verlauf des relativen Approximationsfehlers F über N und k_0 ; strichpunktiert: Abschätzung $\hat{k}_0$ für optimale Verzögerung.

"AKF ungeglättet" besagt, daß ein einzelner ungeglätteter AKF-Schätzwert des Stichprobenumfangs $L = 512$ verwendet wurde. "AKF geglättet" bedeutet, daß eine durch Mittelung von 5 ungeglätteten AKF-Schätzwerten gewonnene AKF-Schätzwertefolge Verwendung fand.

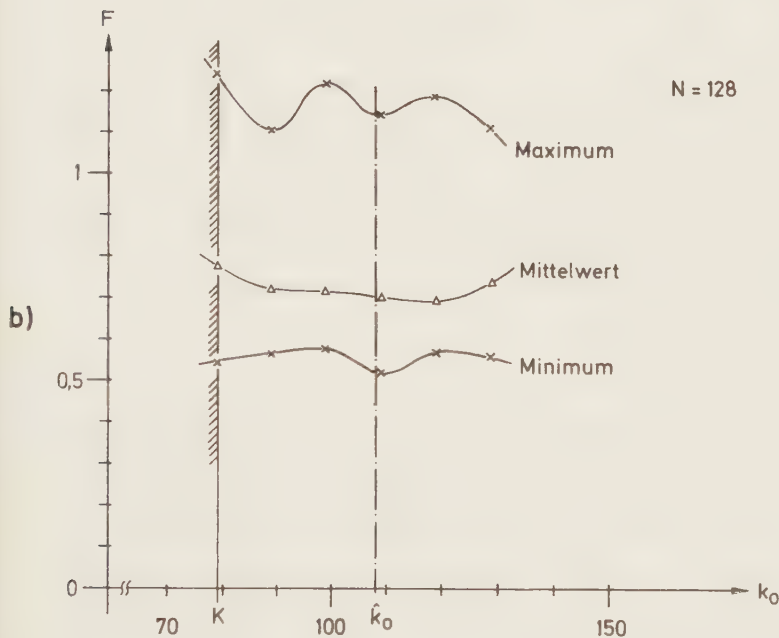
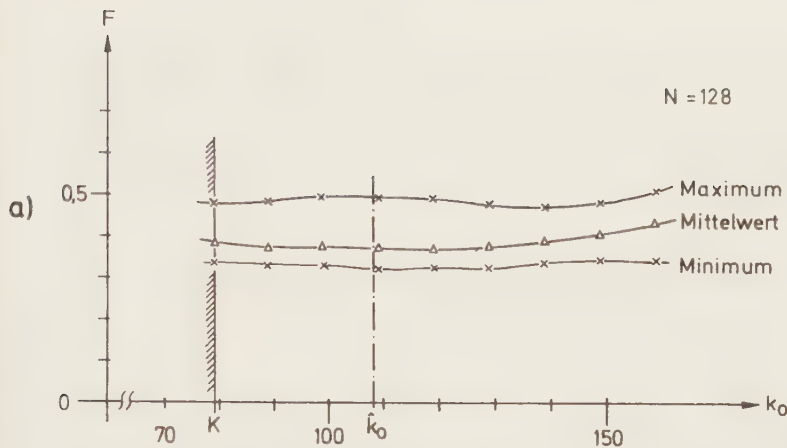
Anhand des typischen Beispiels des Datensatzes Nr. 28 zeigt Bild 6-7a den höchsten und den niedrigsten Fehlerverlauf, sowie die gemittelte Fehlerkurve aus 15 durchgeführten Optimierungen, jeweils für das Entwurfsverfahren "Normalgleichungslösung". Für die ausschnittsweise Lösung der Bedingungsgleichungen zeigt Bild 6-7b die entsprechenden Verläufe.

In Tab. 6-3 sind nur noch die Minimalwerte $\bar{F}_{\min}$ der gemittelten Fehlerkurven eingetragen. Die jeweilige Anzahl der durchgeführten Optimierungen ist mit angegeben.

Datensatz Nr.	Zahl der Optimie- rungen	"Normalgleichungs- Lösung"		"ausschnittsweise Lösung"	
		AKF unge- glättet	AKF ge- glättet	AKF unge- glättet	AKF ge- glättet
9	20	0,343	0,14	0,637	0,193
25	11	0,38	0,15	0,72	0,187
26	13	0,34	0,12	0,587	0,15
27	10	0,353	0,123	0,627	0,16
28	15	0,367	0,123	0,69	0,153
29	15	0,37	0,127	0,68	0,16

Tab. 6-3: Mittlerer minimaler Fehler $\bar{F}_{\min}$ bei verschiedenen Filterentwürfen.

Die in Bild 6-7 und Tab. 6-3 dargestellten Ergebnisse zeigen, daß sich beim Minimum-Fehlerquadrat-Entwurf optimaler Suchfilter deutlich kleinere und weniger stark streuende Approximationsfehler erreichen lassen als beim Entwurf durch ausschnittsweise Lösung des Bedingungsgleichungs-Systems. Dies gilt vor allem dann, wenn ungeglättete AKF-Schätzwerte kleinen Stichprobenumfangs verwendet werden.



AKF-Schätzwertefolge: ungeglättet, Stichprobenumfang $L = 512$.

Bild 6-7: Verlauf des relativen Approximationsfehlers bei 15 Optimierungen am Datensatz Nr. 28:

- a) für den Entwurf durch Normalgleichungs-Lösung;
- b) für den Entwurf durch ausschnittsweise Lösung der Bedingungsgleichungen. (Bei diesem Verfahren ist F nicht durch die Gl. (6-36) beschränkt.)

Es soll nun noch ein Überblick darüber gegeben werden, wie gut sich das bei der Optimierung eines Filterentwurfs bezüglich k_0 gefundene Fehlerminimum durch denjenigen Approximationsfehler $F(\hat{k}_0)$ annähern läßt, der sich bei Verwendung des Schätzwerts $\hat{k}_0$ nach Gl. (6-44) ergibt. Hierfür wurde die Abweichung

$$\Delta F = F(\hat{k}_0) - \min_{K-1 \leq k_0 \leq L+N-2} \{F(k_0)\} \quad (6-50)$$

bei jeder Optimierung berechnet.

Für jeden verarbeiteten EEG-Datensatz wurde aus allen ΔF der minimale ($\Delta F_{\min}$) und der maximale ($\Delta F_{\max}$) Wert herausgesucht. Außerdem wurde der Mittelwert $\overline{\Delta F}$ und die Streuung $\sigma_{\Delta F}$ der Abweichungen berechnet. N war wieder konstant 128. Im Gegensatz zu den Fehlerwerten $F_{\min}$ selbst waren diese Kennwerte für die beiden Entwurfsverfahren "Normalgleichungs-Lösung" und "ausschnittsweise Lösung" nahezu gleich, so daß eine gemeinsame Auswertung durchgeführt werden konnte. Deren Ergebnisse sind in Tab. 6-4 zusammengestellt.

Daten- satz- Nr.	Zahl der Optimie- rungen	$\Delta F_{\min}$	$\Delta F_{\max}$	$\overline{\Delta F}$	$\sigma_{\Delta F}$
9	36	0	0,015	0,0052	0,0051
10	43	0	0,192	0,017	0,0302
25	22	0	0,084	0,013	0,0188
26	27	0	0,016	0,0043	0,0050
27	23	0	0,022	0,0054	0,0061
28	29	0	0,025	0,0043	0,0065
29	32	0	0,033	0,0072	0,0083

Tab. 6-4: Abweichungen zwischen aufgesuchtem und angenähertem Minimum des Approximationsfehlers.

Die Tabelle zeigt, daß der bei Verwendung der Abschätzung nach Gl. (6-44) entstehende Approximationsfehler in den allermeisten Fällen nur unwesentlich größer ist als der minimale Fehler $F_{\min}$. Der vielfach höhere Rechenaufwand für die Suche nach

dem optimalen k_0 ("sideways recursion algorithm" /6-13/) ist also praktisch nie lohnend.

6.2.10 Zusammenfassung des vorgeschlagenen Entwurfs- verfahrens und der Ergebnisse der Fehlerbe- rechnungen

Es wurde ein Verfahren entwickelt, das bei geringem Rechenaufwand einen Suchfilterentwurf mit kleinem Approximationsfehler liefert. Die Schritte dieses Verfahrens sollen hier nochmals kurz zusammengefaßt werden:

- a) Das Referenzsignal $s_0(k)$, $k \in [0, K]$ ist bereitzustellen, ein Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$, $i \in [-L+1, L]$ des Rauschens $\{r_1(k)\}$ ist zu berechnen.
- b) Es ist sicherzustellen, daß das Periodogramm die Gl. (6-48) erfüllt. Danach ist mittels inverser DFT daraus eine AKF-Schätzwertefolge $\varphi(\kappa)$, $\kappa \in [-L+1, L-1]$ zu berechnen.
- c) Anhand der Gln. (6-42) und (6-44) sind N und $\hat{k}_0$ festzulegen.
- d) Die AKF $\rho(|v-\mu|)$ nach Gl. (6-23) und die Kreuzkorrelationsfolge $q(v)$ nach Gl. (6-25) sind zu berechnen, bei Filtern höheren Grades zweckmäßig mittels DFT (unter Ausnutzung der Tatsache, daß jeweils nur N Werte benötigt werden).
- e) Die Gl. (6-27) ist zu lösen.

Es sei darauf hingewiesen, daß dieses Verfahren auch zum Entwurf von inversen Filtern (Entfaltungsfiltern) (z.B. /6-14/) verwendet werden kann. Die den Gln. (6-42) und (6-44) zugrundeliegenden Abschätzungen sind dann dem jeweiligen Anwendungsfall entsprechend vorzunehmen.

Die Fehlerberechnungen zeigten, daß mit diesem Verfahren der Approximationsfehler gegenüber dem Verfahren der "ausschnittweisen Lösung der Bedingungsgleichungen" erheblich reduziert werden kann, vor allem bei ungeglätteten AKF-Schätzwertefolgen geringen Stichprobenumfangs L .

7. VERARBEITUNG VON TESTSIGNALEN MIT DEM "MAXIMUM- LIKELIHOOD-DETECTOR"

Durch die in diesem Kapitel zu beschreibenden Untersuchungen wurde überprüft, inwieweit

a) theoretische Ergebnisse, die durch Auswertung der Gleichungen (4-55) und (4-65) bzw. durch Vorgabe von Q_0 erhalten wurden,
und

b) experimentelle Ergebnisse bei der Verarbeitung der in Tab. 5-1 unter 1,2 und 3 genannten Testsignale mit verschiedenen nach Kap. 6 realisierten MLDs

übereinstimmten.

In der Tab. 7-1 sind die Größen, die dabei verglichen wurden, einander gegenübergestellt. In den Abschnitten 7.1 bis 7.3 wird beschrieben, wie die Messungen durchgeführt wurden, während die dabei erzielten Ergebnisse in den Abschnitten 7.4 bis 7.6 dargestellt und diskutiert werden.

theoretisch berechnete bzw. vorgegebene Größe	nach Gl.	gemessene Größe
Fehlalarmwahrscheinlichkeit Q_0	— (Vorgabewert)	relative Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$
Detektionswahrscheinlichkeit Q_d	(4-55)	relative Detektionshäufigkeit $\hat{Q}_d$
Streuung σ_A der diskreten Ankunftszeit-Schätzwerte $\hat{\lambda}_m$	(4-65)	Schätzwert $\hat{\sigma}_A$ für die Streuung σ_A

Tab. 7-1: Vorgegebene, berechnete und gemessene charakteristische Größen des MLD.

Bei diesen Messungen wurden zwei Arten von MLDs angewendet:

- a) Bei einem MLD, der im folgenden kurz "MLD für weißes Rauschen" genannt wird, war das Suchfilter nur an weißes Rauschen optimal angepaßt; dessen Impulsantwort $h(k)$ wurde also stets nach Gl. (4-88) berechnet. Die Verwendung dieses Suchfilters war somit äquivalent zur Anwendung der Korrelationsanalyse nach Woody /1-9/. Obwohl noch nicht über viele Zuverlässigkeitsuntersuchungen berichtet wurde (teilweise in /1-9/, /1-10/ und /1-11/), kann aus den in /1-9/ bis /1-11/ und /2-31/ bis /2-38/ veröffentlichten Ergebnissen doch geschlossen werden, daß mit Hilfe des genannten Suchfilters die Zeitverschiebung λ_m evozierter Potentiale oft auch dann noch befriedigend geschätzt werden kann, wenn farbiges Rauschen $r_1(k)$ vorliegt. Der MLD für weißes Rauschen wurde deshalb bei allen Messungen eingesetzt.
- β) Stellte $r_1(k)$ farbiges Rauschen dar, so wurde zusätzlich zu dem unter a) genannten auch der allgemeine, an breitbandiges farbiges Rauschen angepaßte MLD angewendet. Er wird im folgenden kurz "MLD für farbiges Rauschen" genannt.

Die Tab. 7-2 zeigt, welche Verfahren und Parameter beim Entwurf dieser MLDs verwendet wurden.

7.1 Durchführung der Fehlalarmhäufigkeits-Messung

Zur Messung der Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$ wurden entsprechend Abschn. 11.3 Datensätze gebildet, deren Registrierungsabschnitte $r_{1m}(k)$ ausschließlich aus dem jeweils zu untersuchenden Rauschen $r_1(k)$ gewonnen wurden, also keine deterministischen Signale enthielten. Die Anzahl M der verwendeten Abschnitte $r_{1m}(k)$, die den Stichprobenumfang für die Berechnung der rela-

Eingangsrauschen $r_1(k)$	MLD für weißes Rauschen		MLD für farbiges Rauschen	
	weiß	farbig	farbig	farbig
optimaler Parameter- extraktor?	ja	nein	ja	
Entwurfsverfahren	direkte Berechnung		Min.-Fehlerquadrat-Entwurf nach Abschn. 6.2.10	
AKF-Schätzwert $\hat{\phi}_{r_1 r_1}(\kappa)$	idealisiert, $\hat{\cong}$ Gl. (4-84)		wie in Abschn. 7.5 und 7.6 angegeben	
Referenzsignal $s_o(k)$	— $e_o(k)$ nach Abschn. 5.2 —			
Grundverzögerung k_o	128	128	92 [abgeschätzt mit Gl. (6-44)]	
Suchfilter-Impuls- antwort $h_o(k)$:				
— berechnet nach	Gl. (4-88)	Gl. (4-88)	Abschn. 6.2.10	
— Länge N	128	128	128	
Beobachtungsinter- vall T:				

- Länge	256	256	256	(7-1)
- beinhaltet die Zeit- verschiebungswerte	-128	$\leq \lambda_m \leq$	127	
Berechnung von:				
- $\varphi_{r_2 r_2} (0)$	nach Gl. (4-89)	nach Gl. (4-80)	nach Gl. (4-80)	
- $\varphi_{r_2 r_2}'' (0)$	nach Gl. (4-90)	nach Gl. (4-81)	nach Gl. (4-81)	
- $s_2 (k_o + \lambda_o)$	nach Gl. (4-91)	nach Gl. (4-82)	nach Gl. (4-82)	
- s_{o2}	nach Gl. (4-92)	nach Gl. (4-83)	nach Gl. (4-83)	
Vorgabewerte für Fehlalarmwahr- scheinlichkeit Q_o	0,01 ; 0,02; 0,05 ; 0,1 ; 0,3 und 0,6			

Tab. 7-2: Entwurfsverfahren und -parameter der verwendeten MLDs.

tiven Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_O$ darstellte, wurde verhältnismäßig klein gehalten; sie erreichte Werte von $M = 80$ bis $M = 131$. Diese Beschränkung sollte den Einfluß von Nichtstationaritäten des EEG, hervorgerufen durch langsame Vigilanzänderungen der Versuchsperson, gering halten. Bei der Verarbeitung von künstlichem, also sicher stationärem Rauschen wurde aus Gründen der Vergleichbarkeit keine höhere Stichprobenanzahl gewählt.

Jeder Datenabschnitt $r_{1m}(k)$ wurde mit den oben beschriebenen MLDs verarbeitet. Anschließend wurde, getrennt für jeden Vorgabewert Q_O , geprüft, ob das Ausgangssignal $y(k)$ des Suchfilters im Beobachtungsintervall die Schwelle A_O überschritten hatte. Die relative Fehlalarmhäufigkeit wurde berechnet als

$$\hat{Q}_O = \frac{\text{Zahl der Abschnitte mit Schwellenüberschreitung(en)}}{M} \quad (7-2)$$

und in Tabellenform den Q_O -Vorgabewerten gegenübergestellt (siehe Abschn. 7.4, 7.5 und 7.6).

7.2 Durchführung der Detektionshäufigkeits-Messung

Für die Messung der Detektionshäufigkeit $\hat{Q}_d$ wurden die in Abschn. 7.1 genannten Datensätze verwendet, es wurde aber nun ein künstliches evoziertes Potential $e_k(k)$ zu jedem Abschnitt $r_{1m}(k)$ addiert, so daß sich Registrierungsabschnitte $x_m(k)$ entsprechend Gl. (5-1) ergaben. Als künstliches evoziertes Potential wurde das in Abschn. 5.2 beschriebene Potentialmodell $e_O(k)$ verwendet, jedoch in der im Bild 11-2b dargestellten Form angeordnet.

Damit die Detektionshäufigkeit für Signale verschiedenen Energieinhalts abgeschätzt werden konnte, war es erforderlich, das künstliche evozierte Potential mit unterschiedlichen Werten des S/R-Verh. zum Rauschen zu addieren. Als (für weißes und farbiges zeitdiskretes Rauschen anwendbares) S/R-Verh. wurde

in Anlehnung an Gl. (4-45) hier

$$d = \frac{\sqrt{\sum_{k=0}^{K-1} e_k^2(k)}}{\sigma_{r_1}} \quad (7-3)$$

definiert. Für vorgegebene Werte

$$d = 1; 2; 3; 4 \text{ und } 6$$

wurde das zugehörige künstliche Potential

$$e_k(k) = A \cdot e_o(k) \text{ für } k = 0, 1, \dots, K-1 \quad (7-4)$$

aus dem Potentialmodell $e_o(k)$ berechnet. Der Amplitudenfaktor A ergab sich dabei zu

$$A = \frac{d \cdot \sigma_{r_1}}{\sqrt{\sum_{k=0}^{K-1} e_o^2(k)}} \quad (7-5)$$

Die Zeitverschiebung der künstlichen evozierten Potentiale wurde konstant auf

$$\lambda_m = \lambda = 0 \quad \text{für } m = 1, 2, \dots, M \quad (7-6)$$

festgehalten. Weil das Rauschen als stationär angenommen wurde, war ein systematischer Fehler hierdurch nicht zu befürchten. Die so erzeugten Daten wurden mit den zu Beginn dieses Kapitels beschriebenen beiden MLDs verarbeitet.

Der Detektionsfall wurde angenommen, wenn das absolute Maximum des Suchfilter-Ausgangssignals $y(k)$ im Beobachtungsintervall T die Schwelle A_o überschritt und der durch dieses Maximum angegebene Zeitverschiebungs-Schätzwert $\hat{\lambda}_m$ im (willkürlich gewählten) Bereich

$$-4\sigma_{\lambda} \leq \hat{\lambda}_m \leq 4\sigma_{\lambda} \quad (7-7)$$

lag. Unter der Annahme, $\{\Delta\lambda\} = \{\hat{\lambda}_m - \lambda_m\}$ sei ein gaußverteilter Prozeß (vgl. Abschn. 4.4), erfaßt Gl. (7-7) 99,994 % aller

Maxima, die tatsächlich auf ein verborgenes Potential hinweisen. Die relative Detektionshäufigkeit $\hat{Q}_d$ wurde berechnet als

$$\hat{Q}_d = \frac{m_d}{M}, \quad (7-8)$$

wobei $m_d \leq M$ die Zahl der Detektionsfälle ist.

Für den Vergleich von $\hat{Q}_d$ und dem nach Gl. (4-55) berechneten Q_d wurde die Darstellung in einer Empfänger-Arbeitscharakteristik ("receiver operating characteristic") /2-1/ bis /2-3/ gewählt. Hierbei werden Q_d und $\hat{Q}_d$ über der vorgegebenen Fehlalarmwahrscheinlichkeit Q_o aufgetragen, mit dem S/R-Verh. d als Parameter.*)

7.3 Durchführung der Messung der Streuung des Zeitverschiebungs-Schätzwerts

Die Abschätzung der Streuung σ_{λ} des Zeitverschiebungs-Schätzwerts $\hat{\lambda}_m$ stellte lediglich eine zusätzliche Auswertung der im Abschn. 7.2 beschriebenen Messung dar. Mit Hilfe der bekannten wahren Zeitverschiebung λ_m des künstlichen evozierten Potentials (hier stets Null) konnte der Schätzwert $\hat{\sigma}_{\lambda}$ sofort aus

$$\hat{\sigma}_{\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{m_d} (\hat{\lambda}_m - \lambda_m)^2}{m_d}} \quad (7-9)$$

*)

Der typische Verlauf dieser Empfänger-Arbeitscharakteristiken (siehe Abschn. 7.4 bis 7.6) unterscheidet sich wesentlich von demjenigen der Arbeitscharakteristiken, die sich bei reinen Detektionssystemen ergeben (z.B. /2-1/ bis /2-3/). Diese Unterschiede sind dadurch begründet, daß beim hier vorliegenden Parameterextraktionsproblem der Fehlalarm- und der Detektionsfall anders definiert werden mußten als dort [vgl. Gl. (4-30) und Gl. (4-46)].

berechnet werden, wobei $\sum_{m_d}$ die Summe über alle m_d Detektionsfälle bedeutet. Zu beachten ist, daß der Stichprobenumfang m_d dieses Schätzwerts bei kleiner Detektionswahrscheinlichkeit sehr klein werden kann. Nun ist aber σ_{λ} nur von d abhängig, nicht jedoch von Q_0 . Es war deshalb naheliegend, zur Verminderung der Streuung von $\hat{\sigma}_{\lambda}$ für jeden Wert von d nur einen Schätzwert $\hat{\sigma}_{\lambda}$ aus allen Zeitverschiebungs-Schätzwerten $\hat{\lambda}_m$ der sechs Einzelversuche (je ein Versuch für einen Vorgabewert Q_0) zu berechnen. Dadurch ergab sich die Schätzwertformel

$$\hat{\sigma}_{\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{v=1}^6 \sum_{m_{dv}} (\hat{\lambda}_m - \lambda_m)^2}{s_{md}}} \quad (7-10)$$

mit dem erhöhten Stichprobenumfang

$$s_{md} = \sum_{v=1}^6 m_{dv} \quad (7-11)$$

Dabei ist m_{dv} die Zahl der Detektionsfälle beim v -ten Einzelversuch. Die mittels Gl. (7-10) berechneten Schätzwerte wurden in Tabellenform den mit Gl. (4-65) berechneten Werten σ_{λ} gegenübergestellt (siehe Abschnitt 7.4 bis 7.6).

7.4 Verarbeitung von im weißen Rauschen verborgenen künstlichen evozierten Potentialen

Diese Verarbeitung stellte die in Tab. 5-1 unter Nr. 1 genannte Testreihe dar. Es wurde also näherungsweise gaußverteiltes weißes Rauschen $r_1(k)$, das entsprechend Abschn. 5.1.1 erzeugt wurde, verwendet. Nach der Fehlalarmhäufigkeits-Messung wurde dazu das in Abschn. 5.2 beschriebene Potentialmodell $e_0(k)$ addiert. Die Einteilung in Testsignalabschnitte erfolgte gemäß Abschn. 11.3, deren Anzahl wurde zu $M = 100$ gewählt. Für die AKF des Rauschens $r_1(k)$ wurde der durch Gl. (4-84) beschriebene ideale Verlauf (Impuls bei $\kappa = 0$) angenommen. Es genügte deshalb, bei dieser Testreihe nur den "MLD für weißes Rauschen"

anzuwenden.

Die nach Abschn. 7.1 durchgeführte Messung der Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$ erbrachte die in Tab. 7-3 dargestellten Ergebnisse.

Q_0	0,01	0,02	0,05	0,1	0,3	0,6
$\hat{Q}_0$	0,01	0,02	0,05	0,08	0,24	0,55

Tab. 7-3: Vorgegebene Fehlalarmwahrscheinlichkeit Q_0 und gemessene Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$.
Stichprobenumfang: $M = 100$.

Die Tab. 7-3 zeigt, daß die Meßwerte $\hat{Q}_0$ für große Vorgabewerte Q_0 hinter letzteren zurückbleiben. Dies läßt sich folgendermaßen erklären: Die zur Herleitung von Gl. (4-40) angenommene Poisson-Verteilung hat zur Voraussetzung, daß die Abtastwerte des Rauschens $r_2(k)$ am Suchfilterausgang unkorreliert sind. Tatsächlich sind sie aber korreliert; denn aufgrund des nicht konstanten Frequenzgangs des Suchfilters wird das weiße Eingangsausrauschen in farbiges Rauschen umgeformt. Diese Korreliertheit verringert offenbar die Wahrscheinlichkeit dafür, daß in kurzem Zeitabstand nach einer zufälligen Schwellenüberschreitung erneut eine solche auftritt. Bei sehr kleinem Q_0 wirkt sich dies kaum aus, weil die mittlere Zeitdifferenz zwischen zwei Schwellenüberschreitungen sehr groß ist. Die theoretische Berücksichtigung der Korrelationen im Ausgangssignal des Suchfilters wäre prinzipiell möglich, erforderte aber die Lösung von Anfangswertproblemen für partielle Differentialgleichungen vom Fokker-Planckschen Typ, welche jedoch meistens nur genähert lösbar sind /2-1/.

Die Ergebnisse der entsprechend Abschn. 7.2 durchgeführten Messung der Detektionshäufigkeit $\hat{Q}_d$ sind im Bild 7-1 dargestellt. In der Abszisse der dort aufgezeichneten Empfänger-Arbeitscharakteristik ist die vorgegebene Fehlalarmwahrscheinlichkeit aufgetragen. Der Verlauf der nach Gl. (4-55) berechneten Detektionswahrscheinlichkeit Q_d ist mit durchgezogenen

Linien eingezeichnet. Die Meßwerte der Detektionshäufigkeit $\hat{Q}_d$ sind mit dem Symbol " Δ " eingetragen und durch Strichlinien verbunden, sofern sie nicht auf den durchgezogenen Kurven liegen. Parameter der Kurvenschar ist das S/R-Verh. d nach Gl. (7-3).

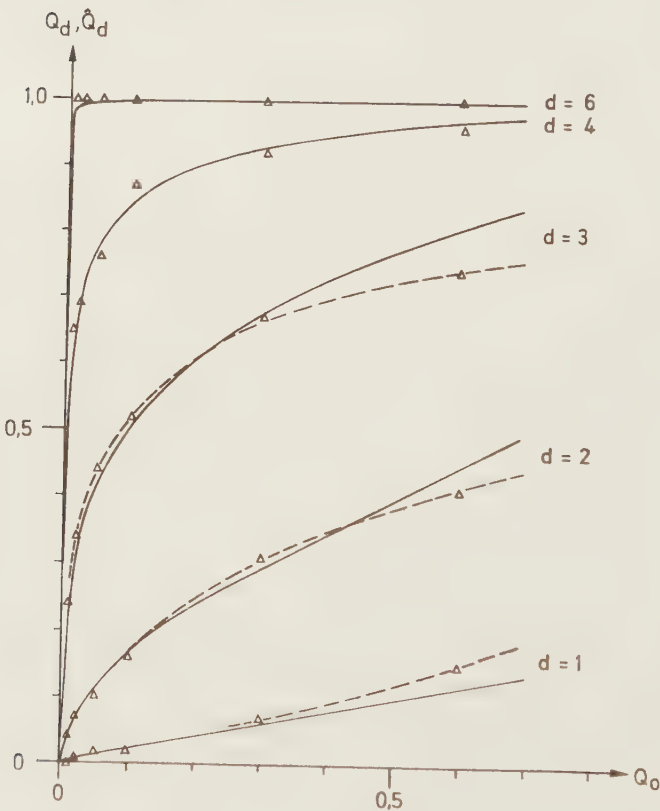


Bild 7-1: Empfänger-Arbeitscharakteristik des "MLD für weißes Rauschen".

Eingangsrauschen: weiß, gaußverteilt.

— Detektionswahrscheinlichkeit Q_d (berechnet),

--- Δ --- Detektionshäufigkeit $\hat{Q}_d$ (gemessen).

Bild 7-1 zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung, wenn man den relativ kleinen Stichprobenumfang ($M = 100$) und die bei der Herleitung von Gl. (4-55) eingeführten Näherungen berücksichtigt. Die auf letztere zurückzuführende Tendenz der Meßkurven $\hat{Q}_d = f(Q_0)$ für $d = 1$ bis $d = 4$ zu einer systematischen Abweichung von den gerechneten Verläufen $Q_d = f(Q_0)$ wird im Abschn. 7.5, wo sie noch stärker hervortritt, diskutiert.

Die entsprechend Abschn. 7.3 bestimmten Streuungsschätzwerte $\hat{\sigma}_d$ sind in der Tab. 7-4 den nach Gl. (4-65) berechneten theoretischen Werten σ_d gegenübergestellt.

d	1	2	3	4	6
s_{md}	27	109	295	485	600
σ_d	4,52	2,26	1,51	1,13	0,75
$\hat{\sigma}_d$	3,99	1,94	1,57	1,26	0,86

Tab. 7-4: Theoretische Werte σ_d und Meßwerte $\hat{\sigma}_d$ für die Streuung des Zeitverschiebungs-Schätzwerts $\hat{\lambda}_m$. Stichprobenumfang = s_{md} .

Wenn man den teilweise sehr geringen Stichprobenumfang und die starken Vereinfachungen bei der Herleitung der Gl. (4-65) berücksichtigt, kann man feststellen, daß σ_d und $\hat{\sigma}_d$ in Tab. 7-4 gut übereinstimmen.

7.5 Verarbeitung von im "künstlichen EEG" verborgenen künstlichen evozierten Potentialen

Diese Verarbeitung stellte die in Tab. 5-1 an zweiter Stelle genannte Testreihe dar. Für den Entwurf der MLDs wurden die in den Bildern 5-5 bis 5-8 dargestellten AKF-Schätzwerte $\hat{\psi}_{r_1 r_1}(\kappa)$ des "künstlichen EEGs" mit dem Stichprobenumfang $L = 153$ 600 verwendet.

Die Tab. 7-5 zeigt den nach Gl. (6-35) berechneten relativen Approximationsfehler F, der sich bei der Berechnung der Impulsantwort des im "MLD für farbiges Rauschen" enthaltenen Suchfilters ergab.

EEG-Typ	1	2	3	4
F	0,0099	0,0125	0,0069	0,0064

Tab. 7-5: Relativer Approximationsfehler F.

Die bei der nach Abschn. 7.1 durchgeführten Verarbeitung von $M = 100$ Abschnitten $r_1(k)$ gemessenen Werte der Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$ und die Vorgabewerte Q_0 sind in Tab. 7-6 einander gegenübergestellt.

EEG-Typ	MLD für weißes Rauschen				MLD für farbiges Rauschen			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Q_0	$\hat{Q}_0$							
0,01	0	0	0	0	0,01	0	0	0
0,02	0	0	0,01	0	0,02	0,02	0	0,03
0,05	0	0,01	0,02	0	0,04	0,04	0,04	0,04
0,1	0,02	0,05	0,06	0,05	0,06	0,09	0,08	0,08
0,3	0,25	0,25	0,25	0,19	0,25	0,28	0,27	0,22
0,6	0,54	0,49	0,53	0,53	0,54	0,54	0,53	0,53

Tab. 7-6: Vorgegebene Fehlalarmwahrscheinlichkeit Q_0 und gemessene Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$.
Stichprobenumfang: $M = 100$.

Beim "MLD für weißes Rauschen" tritt hier das bereits in Abschn. 7.4 diskutierte Zurückbleiben der Meßwerte $\hat{Q}_0$ hinter den Vorgabewerten Q_0 in verstärktem Maße auf. Dies steht im Einklang mit der dort gegebenen Erklärung; denn wenn dasselbe Suchfilter nun bereits mit farbigem Rauschen $r_1(k)$ beaufschlagt wird, dann

sind die Abtastwerte von $r_2(k)$ noch stärker miteinander korreliert als bei der Eingabe von weißem Rauschen. Beim "MLD für farbiges Rauschen" dagegen ergeben sich infolge der Anpassung an $r_1(k)$ in Tab. 7-6 im Mittel keine größeren Abweichungen als in Tab. 7-3.

Die berechneten und nach Abschn. 7.2 gemessenen Empfänger-Arbeitscharakteristiken $Q_d = f(Q_o)$ und $\hat{Q}_d = f(\hat{Q}_o)$ sind in den Bildern 7-2 bis 7-5 dargestellt, wobei jeweils ein Bild die Ergebnisse für einen bestimmten Typ des "künstlichen EEGs" zeigt. Der Stichprobenumfang war auch hier $M = 100$.

Wie aufgrund der Fehlanpassung an $r_1(k)$ zu erwarten war, liegen die mit dem "MLD für weißes Rauschen" gewonnenen Kurven $Q_d = f(Q_o)$ bzw. $\hat{Q}_d = f(\hat{Q}_o)$ durchweg deutlich tiefer als die entsprechenden Verläufe in Bild 7-1. Mit dem "MLD für farbiges Rauschen" wurden theoretisch immer, bei den praktischen Messungen sehr oft höhere Detektionswahrscheinlichkeiten und -häufigkeiten erreicht als mit dem nur an weißes Rauschen angepassten MLD; in vielen Fällen konnte eine beträchtliche Erhöhung erzielt werden. Sie erreichte in einzelnen Meßpunkten bis zu 80 % der mit dem "MLD für weißes Rauschen" gewonnenen Werte von Q_d bzw. $\hat{Q}_d$. Welche Verbesserung erreichbar ist, hängt von den Spektralverteilungen des Rauschens $r_1(k)$ und des Referenzsignals $s_o(k)$ sowie von der gegenseitigen Lage dieser beiden Spektren ab. Als grobe Näherungsaussage kann angegeben werden, daß der "MLD für farbiges Rauschen" im Vergleich zum "MLD für weißes Rauschen" umso bessere Ergebnisse liefert, je schmalbandiger das Leistungsspektrum von $r_1(k)$ ist und je stärker es sich mit demjenigen von $s_o(k)$ überlappt.

Bei den vorliegenden Untersuchungen wurde allerdings in keinem Fall die in Bild 7-1 gezeigten Empfänger-Arbeitscharakteristiken erreicht. Dies bedeutet, daß der "MLD für farbiges Rauschen" hier nicht in der Lage war, einen so großen Anteil des Rauschens $r_1(k)$ zu unterdrücken wie dies der "MLD für weißes Rauschen" im Fall des weißen Rauschens vermochte.

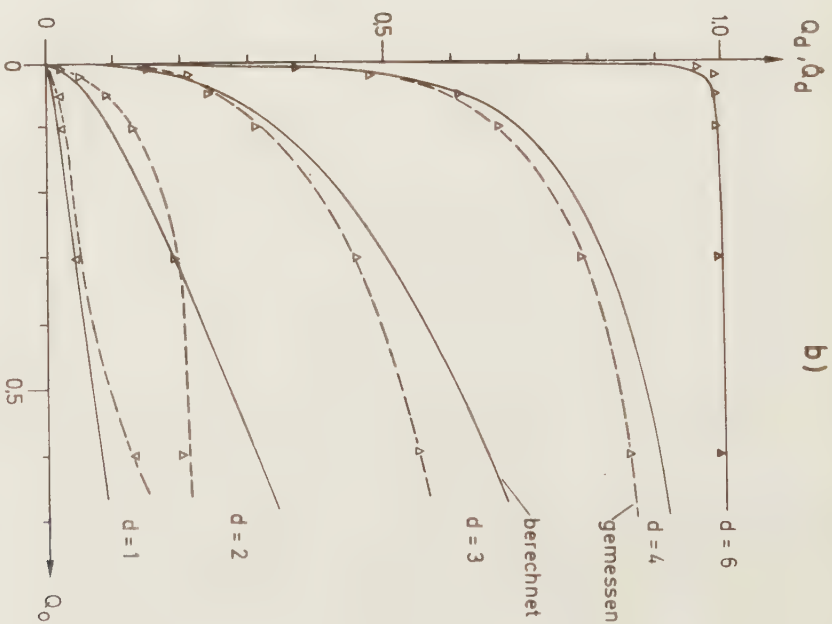
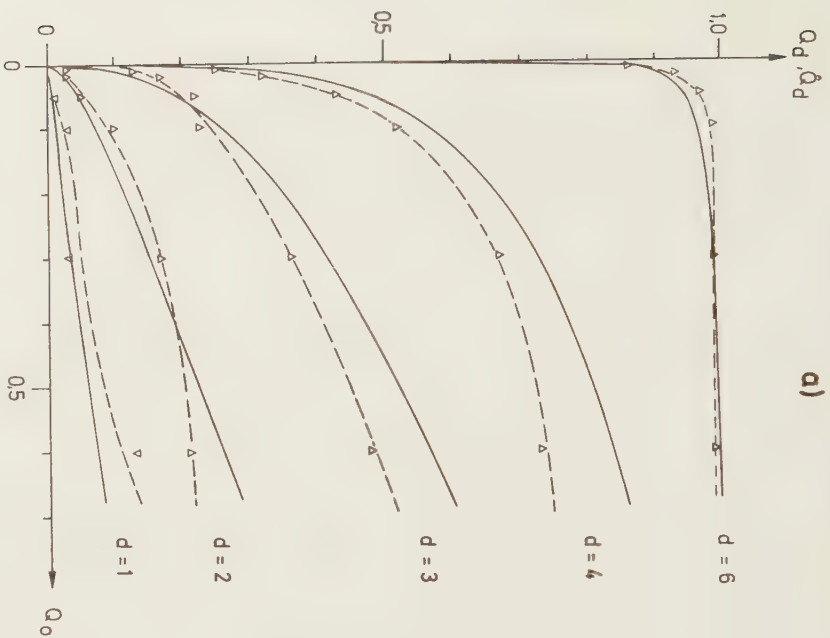


Bild 7-2: Empfänger-Arbeitscharakteristiken für EEG-Typ 1:

a) MLD für weißes Rauschen;

b) MLD für farbiges Rauschen.

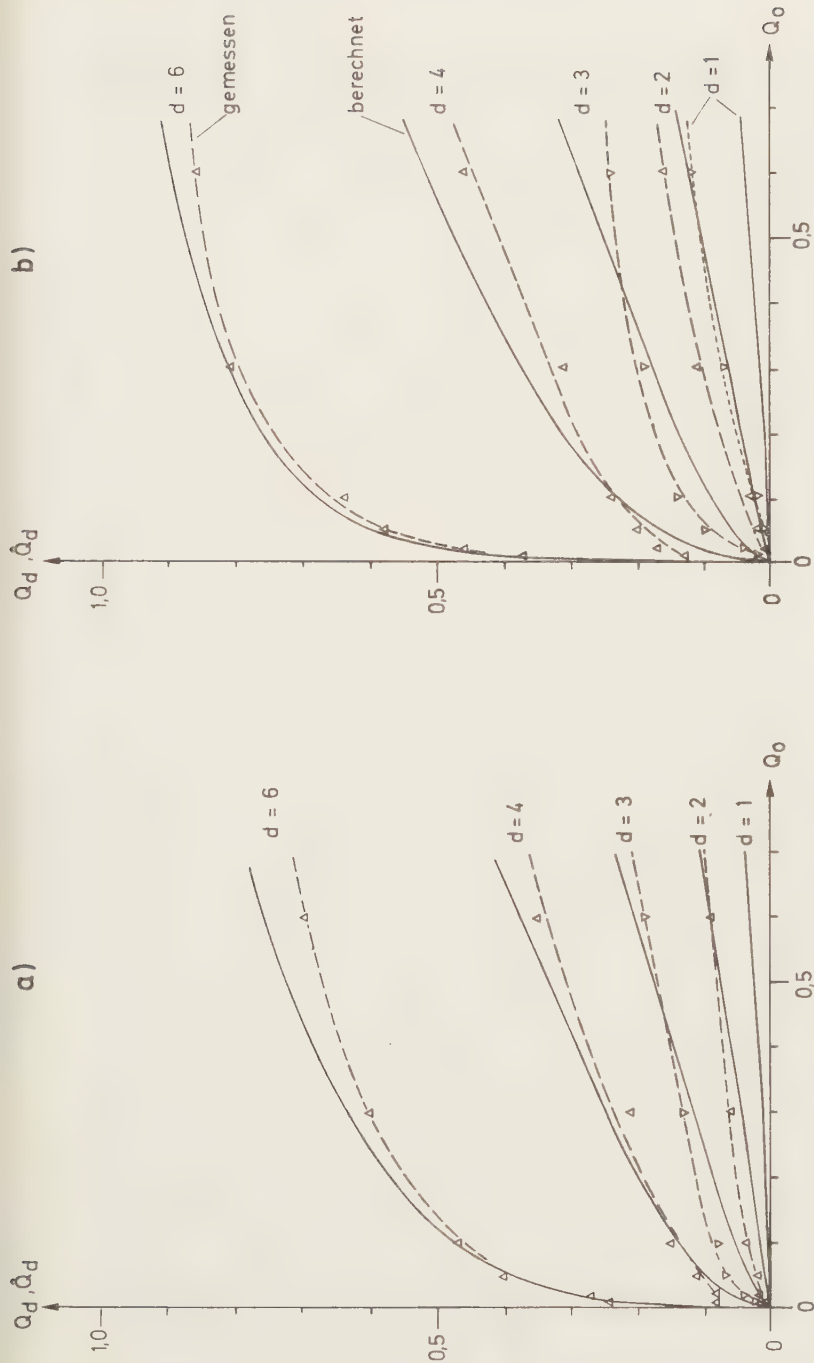


Bild 7-3: Empfänger-Arbeitscharakteristiken für EEG-Typ 2:

a) MLD für weißes Rauschen;

b) MLD für farbiges Rauschen.

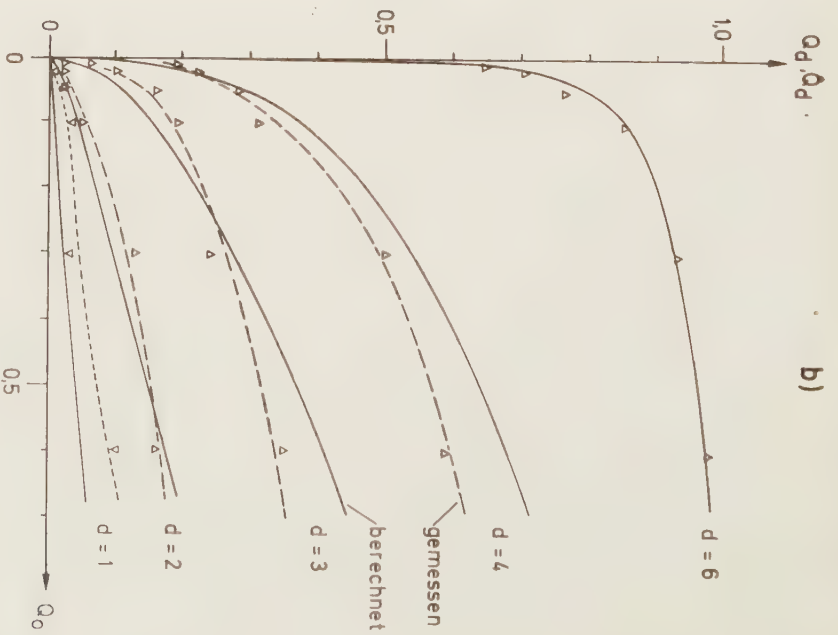
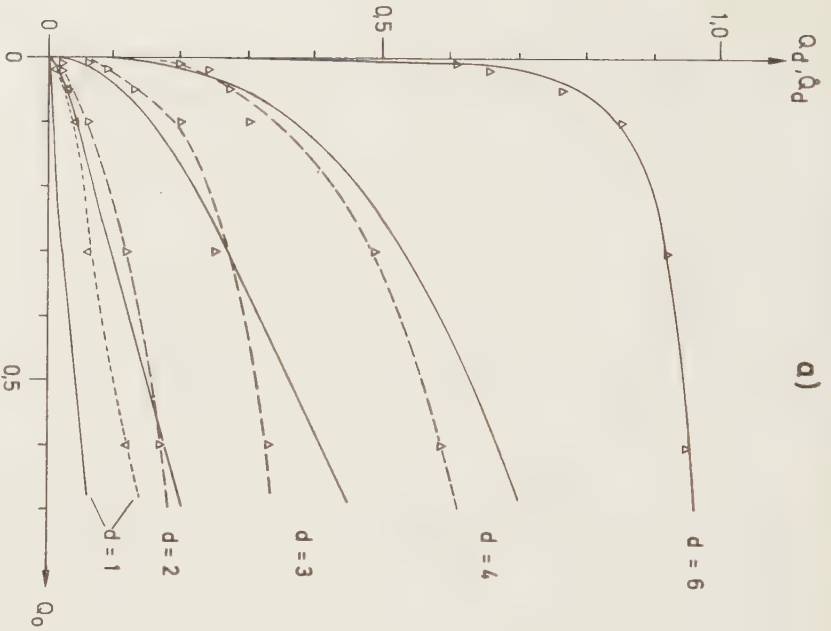


Bild 7-4: Empfänger-Arbeitscharakteristiken für EEG-Typ 3:

a) MLD für weißes Rauschen;

b) MLD für farbiges Rauschen.

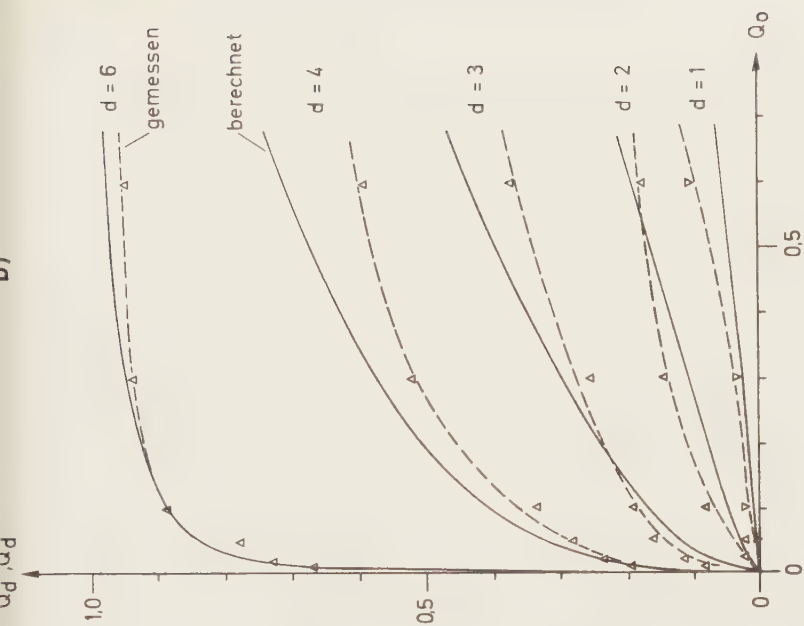
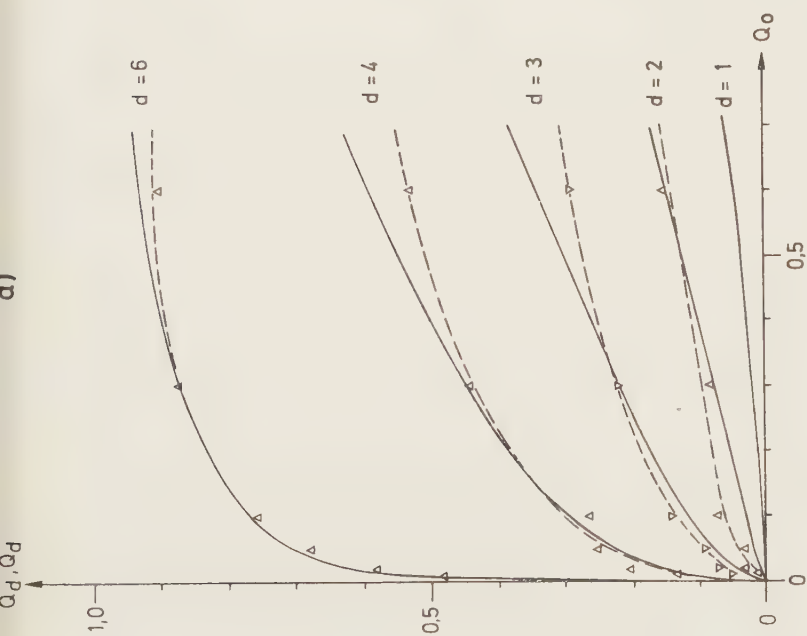


Bild 7-5: Empfänger-Arbeitscharakteristiken für EEG-Typ 4:

a) MLD für weißes Rauschen;

b) MLD für farbiges Rauschen.

Die folgenden drei systematischen Abweichungen:

- a) $\hat{Q}_d > Q_d$ für kleine Q_0 ,
- b) $\hat{Q}_d < Q_d$ für große Q_0 und $d \gtrsim 2$, sowie
- c) $\hat{Q}_d > Q_d$ für große Q_0 und $d \lesssim 1$

lassen sich erklären durch das in verschiedenen Bereichen der Empfänger-Arbeitscharakteristik unterschiedlich starke und sich in unterschiedlicher Weise äußernde Einwirken der nachfolgend genannten zwei Ursachen:

- a) Eine Ursache für Abweichungen ist die Unvollkommenheit des stationären Ansatzes zur Berechnung von Q_d nach Gl. (4-46). Dort wurde angenommen, das Maximum von $y(t)$ entstehe stets zur Zeit $t_0 + \Delta_0$. Ist der Wert $y(t_0 + \Delta_0) < A_0$, so liegt nach diesem Ansatz kein Detektionsfall vor. Tatsächlich aber kann auch in diesem Fall ein überschwelliges Maximum im Beobachtungsintervall auftreten, nämlich dann, wenn es durch überlagertes Rauschen zeitlich verschoben wurde. Der verwendete Ansatz wird also stets zu kleine Detektionswahrscheinlichkeiten Q_d liefern. Die Abweichung wird allerdings bei absinkender Schwelle A_0 (ansteigendem Q_0) geringer werden, weil dann mit höherer Wahrscheinlichkeit $y(t_0 + \Delta_0) > A_0$ ist, selbst wenn das absolute Maximum nicht zu diesem Zeitpunkt auftritt.
- b) Abweichungen werden auch dadurch verursacht, daß bei praktischen Messungen der Detektions- und der Fehlalarmfall nicht exakt getrennt werden können: Sobald ein Fehlalarm ein absolutes Maximum von $y(k)$ liefert, das dem tatsächlichen Ankunftszeitpunkt nahe genug liegt, wird ersterer als Detektionsfall interpretiert. Bei der hier gewählten Versuchsdurchführung mit dem in Gl. (7-7) definierten Intervall akzeptierter Detektionsfälle kann folgendes ausgesagt werden: Ist d sehr groß, so tritt keine Abweichung auf; denn nahezu nie kann ein Fehlalarm das absolute Maximum im Beobachtungsintervall hervorrufen. Bei mittlerem d

ist der in Gl. (7-7) festgelegte Bereich sehr schmal, die meisten von Fehlalarmen hervorgerufenen Maxima liegen außerhalb dieses Bereichs. Das evtl. vorhandene "richtige" überschwellige Detektionsmaximum im Inneren kann aber nicht mehr gewertet werden, wenn bereits außen das absolute Maximum gefunden wurde. Die Meßwerte für $\hat{Q}_d$ werden in diesem Fall also zu klein sein. Ist d klein, so ergibt Gl. (7-7) einen relativ großen Bereich zulässiger $\hat{\lambda}_m$. Dadurch wird es auch im Inneren dieses Intervalls ziemlich viele auf Fehlalarme zurückgehende Maxima geben, die das nun besonders kleine Detektionsmaximum überragen. Dadurch ist es nun möglich, daß die Messung zu große $\hat{Q}_d$ -Werte liefert.

In der Tab. 7-7 sind die theoretisch berechneten und die entsprechend Abschn. 7.3 experimentell abgeschätzten Streuungen σ_{λ} der Zeitverschiebungs-Schätzwerte $\hat{\lambda}_m$ zusammengestellt.

Die in Tab. 7-7 dargestellten Ergebnisse zeigen gute Übereinstimmung zwischen den theoretisch berechneten und den gemessenen Werten, wenn man die in Abschn. 4.4 eingeführten Vereinfachungen berücksichtigt. Bei den EEG-Typen 2, 3 und 4 war für $d = 1$ der Gültigkeitsbereich dieser Näherungen offenbar bereits überschritten.

Beim "MLD für farbiges Rauschen" ergeben sich stets kleinere Streuungswerte σ_{λ} als beim "MLD für weißes Rauschen". Die Abschätzungswerte $\hat{\sigma}_{\lambda}$ verhalten sich nur deshalb nicht immer in gleicher Weise, weil beim "MLD für weißes Rauschen" die letzteren häufig merklich kleiner waren als die berechneten Werte

σ_{λ} .

EEG-Typ		MLD für weißes Rauschen				MLD für farbiges Rauschen			
		1	2	3	4	1	2	3	4
d									
1	s_{md}	20	29	26	28	21	22	18	15
	σ_{λ}	3,25	6,50	4,16	4,86	2,93	4,11	3,89	3,59
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	4,03	15,50	11,13	12,11	3,19	11,37	9,07	4,68
2	s_{md}	59	24	42	37	68	33	40	44
	σ_{λ}	1,63	3,25	2,08	2,43	1,47	2,06	1,94	1,80
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	1,13	1,94	1,43	1,72	1,03	1,96	1,51	1,60
3	s_{md}	159	53	106	86	192	73	110	116
	σ_{λ}	1,08	2,17	1,39	1,62	0,98	1,37	1,30	1,20
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	0,92	1,39	0,96	1,08	0,89	1,61	1,00	1,12
4	s_{md}	292	98	209	181	378	151	209	214
	σ_{λ}	0,81	1,63	1,04	1,21	0,73	1,03	0,97	0,90
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	0,80	1,17	0,87	0,94	0,71	1,36	0,95	0,91
6	s_{md}	573	268	479	429	591	372	489	496
	σ_{λ}	0,54	1,08	0,69	0,81	0,49	0,69	0,65	0,60
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	0,62	0,93	0,71	0,81	0,58	0,81	0,70	0,72

Tab. 7-7: Theoretische Werte σ_{λ} und Meßwerte $\hat{\sigma}_{\lambda}$ für die Streuung des Zeitverschiebungs-Schätzwerts $\hat{\lambda}_m$.
 s_{md} = Stichprobenumfang.

7.6 Verarbeitung von im natürlichen EEG verborgenen künstlichen evozierten Potentialen

Diese, in Tab. 5-1 unter Nr. 3 genannte Testreihe unterschied sich von der vorhergehenden vor allem dadurch, daß nun als Rauschfolge $r_1(k)$ natürliches EEG mit allen seinen Nichtstationaritäten verwendet wurde. Es wurden die in Tab. 7-8 näher spezifizierten fünf EEG-Datensätze verarbeitet. Weitere Versuchsbedingungen bei deren Ableitung und die Vorverarbeitung der EEG-Registrierungen sind in Kap. 11 beschrieben.

Registr.- Nr.	M (Zahl d.Abschn.)	Versuchsperson			schalltoter Raum
		Namens- zeichen	Geschlecht	Verhalten	
16	85	Schm.	weiblich	lesend	beleuchtet
17	85	Schm.	weiblich	ruhend	dunkel
36	100	Ste.	männlich	ruhend	dunkel
37	100	Ste.	männlich	dösend, schlafend	dunkel
38	100	Ste.	männlich	ruhend	dunkel

Tab. 7-8: Verwendete EEG-Datensätze

Ein weiterer Unterschied zwischen den bisher verwendeten künstlichen Rauschmodellen und den EEG-Datensätzen war durch die Registriereinrichtung (vgl. Kap. 11) bedingt: Das EEG stand nicht als fortlaufende Folge sondern nur abschnittsweise zur Verfügung. Es konnte daher nicht in derselben Weise wie in Abschn. 5.1.3.1 eine AKF-Schätzwertefolge geringer Streuung berechnet werden.

Hier wurde deshalb das Verfahren der Mittelung von Periodogrammen ("Bartlett's procedure") /4-6/ mit anschließender Fensterung der AKF verwendet:

a) Von jedem EEG-Abschnitt $r_{1m}(k)$ wurde das Periodogramm

$\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$ berechnet.

b) Aus allen M Periodogrammen jedes Datensatzes wurde ein gemittelttes Periodogramm $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$ errechnet.

c) Die Anwendung der inversen DFT auf $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$ lieferte die zugehörige AKF-Schätzwertefolge $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}(\kappa)$.

d) Die Folge $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}(\kappa)$ wurde anschließend mit einem "minimum-bias"-Fenster nach Papoulis /5-6/, welches dieselbe Gesamtlänge $2L$ hatte wie $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}(\kappa)$, multipliziert.

Bei einem aus der Literatur bekannten Vergleich mehrerer Schätzverfahren erwies sich das oben angegebene als gut geeignet zur Berechnung von Schätzwertefolgen mit geringer Erwartungswertverschiebung und Streuung /7-1/.

Zur Abschätzung der Erwartungswertverschiebung $b_M(\kappa)$ und Streuung $\sigma_{\varphi M}(\kappa)$ von $\hat{\varphi}_{r_1 r_1}(\kappa)$ wurde angenommen, die M gemittelten Periodogramme seien statistisch voneinander unabhängig. Dann gilt /4-6/

$$\hat{b}_M(\kappa) = \hat{b}(\kappa) \quad (7-12)$$

mit $\hat{b}(\kappa)$ nach Gl. (5-15) und

$$\hat{\sigma}_{\varphi M}(\kappa) = \frac{\hat{\sigma}_{\varphi}(\kappa)}{\sqrt{M}} \quad (7-13)$$

mit $\hat{\sigma}_{\varphi}(\kappa)$ nach Gl. (5-20).

Es zeigte sich, daß die nach dem obigen Verfahren berechneten AKF-Schätzwertefolgen nur noch geringe Abweichungen aufwiesen: Bei allen fünf verarbeiteten Datensätzen galt für alle κ

$$\hat{b}_M(\kappa) < 0,02 \quad (7-14)$$

und

$$\hat{\sigma}_{\varphi M}^{(k)} < 0,02 \quad , \quad (7-15)$$

wobei der Stichprobenumfang der einzelnen Periodogramme zu $L = 512$ und die Mittelungsschrittzahl M wie in Tab. 7-8 angegeben gewählt wurden.

Die nach diesem Verfahren berechneten Leistungsspektrums-Schätzwerte $\hat{G}_{r_1 r_1}^{(i)}$ der Datensätze mit den Registrierungs-Nummern 17 und 38 sind im Bild 7-6 dargestellt.

Die Tab. 7-9 zeigt den nach Gl. (6-35) berechneten relativen Approximationsfehler F , der sich bei der Berechnung des im "MLD für farbiges Rauschen" enthaltenen Suchfilters ergab, wenn die verwendeten AKF-Schätzwertefolgen nach dem oben angegebenen Verfahren berechnet wurden.

Registrie- rungs-Nr.	16	17	36	37	38
F	0,0153	0,0103	0,0618	0,0248	0,0362

Tab. 7-9: Relativer Approximationsfehler F .

Die entsprechend Abschn. 7.1 durchgeführte Messung der Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$ erbrachte die in Tab. 7-10 zusammengestellten Ergebnisse.

Die Tab. 7-10 zeigt, daß nun, im Gegensatz zu den in Tab. 7-3 und Tab. 7-6 dargestellten Ergebnissen bei stationärem Rauschen, die Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$ die Fehlalarmwahrscheinlichkeit Q_0 bei kleinen Werten von Q_0 deutlich überschreitet, während sie bei großem Q_0 i.a. ungefähr mit dieser übereinstimmt. Dieses andersartige Verhalten kann erklärt werden durch das Auftreten von Nichtstationaritäten im EEG, welche schon bei sehr hohen Schwellenwerten A_0 Fehlalarme auch in solchen Abschnitten $r_1^{(k)}$ hervorrufen, die sonst bis zu sehr niedrigen Schwellenwerten fehlalarmfrei geblieben wären. Derartige Nichtstationaritäten sind z.B. dem evozierten Potential ähnliche Muskelartefakte und schnelle Übergänge zwischen verschiedenen Vigi-

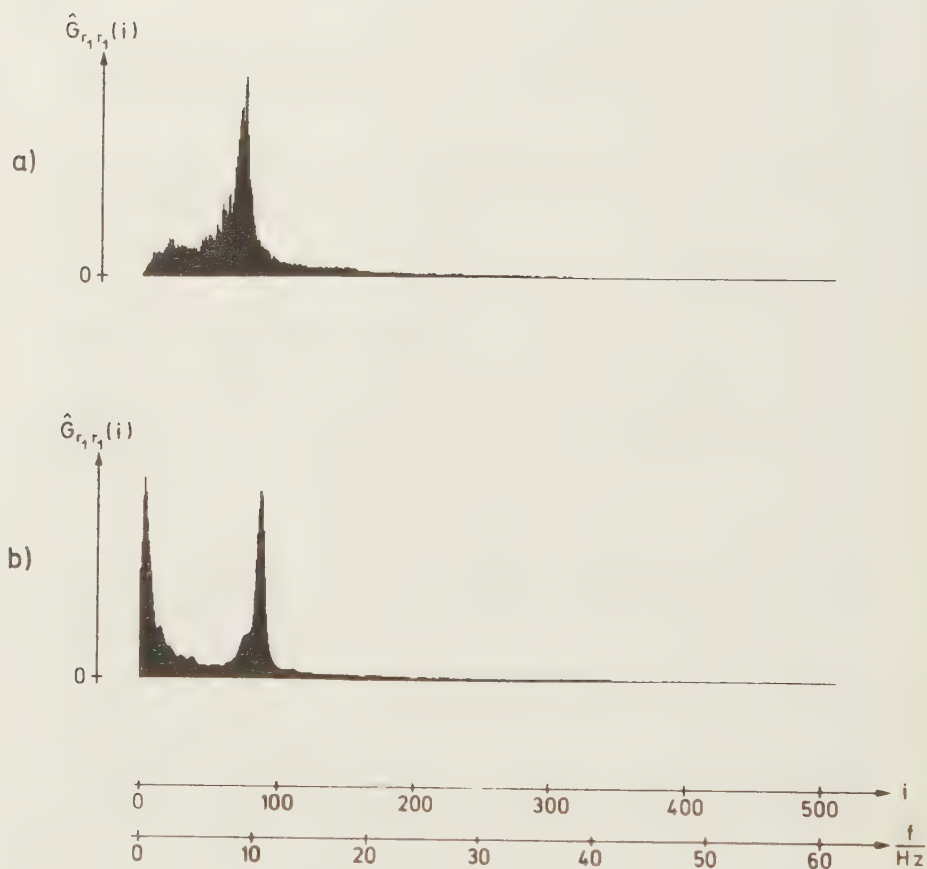


Bild 7-6: Leistungsspektrums-Schätzwerte $\hat{G}_{r_1 r_1}(i)$ für

a) $r_1(k)$ = EEG, Registrierungs-Nr. 17,

b) $r_1(k)$ = EEG, Registrierungs-Nr. 38.

(Darstellung in relativen, nicht einheitlichen Maßstäben).

Registrierungs-Nr.	MLD für weißes Rauschen						MLD für farbiges Rauschen					
	16	17	36	37	38		16	17	36	37	38	
Q_0	$\hat{Q}_0$											
0,01	0,04	0,06	0,07	0,15	0,04		0,05	0,05	0,08	0,14	0,03	
0,02	0,07	0,09	0,11	0,18	0,08		0,11	0,08	0,10	0,17	0,03	
0,05	0,11	0,14	0,14	0,19	0,14		0,14	0,12	0,12	0,21	0,12	
0,1	0,28	0,19	0,18	0,20	0,24		0,18	0,18	0,19	0,22	0,15	
0,3	0,41	0,37	0,35	0,31	0,38		0,38	0,41	0,36	0,33	0,31	
0,6	0,62	0,62	0,56	0,43	0,61		0,61	0,65	0,54	0,46	0,58	

Tab. 7-10: Vorgegebene Fehlalarmwahrscheinlichkeit Q_0 und gemessene Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$. Stichprobenumfang M: siehe Tab. 7-8.

lanzstadien (Segmentgrenzen des EEG, vgl. /2-11/ bis /2-13/).

Die nach Abschn. 7.2 berechneten bzw. gemessenen Empfänger-Arbeitscharakteristiken entsprachen weitgehend den in Abschn. 7.5 dargestellten und diskutierten Kurven. Es erscheint deshalb als ausreichend, hier nur die Arbeitscharakteristiken, welche die kleinsten Werte von Q_d bzw. $\hat{Q}_d$ aufweisen (Registrierungs-Nr. 17), und diejenigen, welche die größten Werte von Q_d bzw. $\hat{Q}_d$ liefern (Registrierungs-Nr. 38), jeweils für den "MLD für weißes Rauschen" und den "MLD für farbiges Rauschen" darzustellen. Dies ist in den Bildern 7-7 und 7-8 geschehen.

Ein Vergleich der Bilder 7-7 und 7-8 mit den Bildern 7-2 bis 7-5 zeigt, daß die hier teilweise stark überhöhte Fehlalarmhäufigkeit $\hat{Q}_0$ (siehe Tab. 7-10) die Empfänger-Arbeitscharakteristiken nicht deutlich erkennbar verändert hat. Dies ist darin begründet, daß bei der Messung nach Abschn. 7.1 jedes relative Maximum, das im Beobachtungsintervall T die Schwelle A_0 überschritt, bereits einen Fehlalarm darstellte. Bei der Messung nach Abschn. 7.2 konnte ein solches Maximum aber nur dann einen Detektionsfall vortäuschen, wenn es zusätzlich

- a) das absolute Maximum innerhalb T darstellte und
- b) innerhalb des durch Gl. (7-7) festgelegten Intervalls lag, welches auch im ungünstigsten Fall (Registrierungs-Nr. 17) nur 56 Abtastwerte umfaßte.

Deshalb wurde angenommen, die Häufigkeit der Vortäuschung eines Detektionsfalles durch einen Fehlalarmfall sei auch bei der Verarbeitung natürlicher EEGs noch wesentlich kleiner gewesen als $\hat{Q}_0$.

Die nach Abschn. 7.3 durchgeführte Abschätzung der Streuung σ_d des Zeitverschiebungs-Schätzwerts $\hat{\lambda}_m$ erbrachte gegenüber den in Abschn. 7.5 mitgeteilten Ergebnissen keine neuen Aspekte. Es wird deshalb als ausreichend erachtet, wenn lediglich die Resultate für die Registrierungs-Nummern 17 und 38 in der Tab. 7-11 dargestellt werden.



Bild 7-7: Empfänger-Arbeitscharakteristiken für EEG, Registrierungs-Nr. 17:

a) MLD für weißes Rauschen;

b) MLD für farbiges Rauschen.

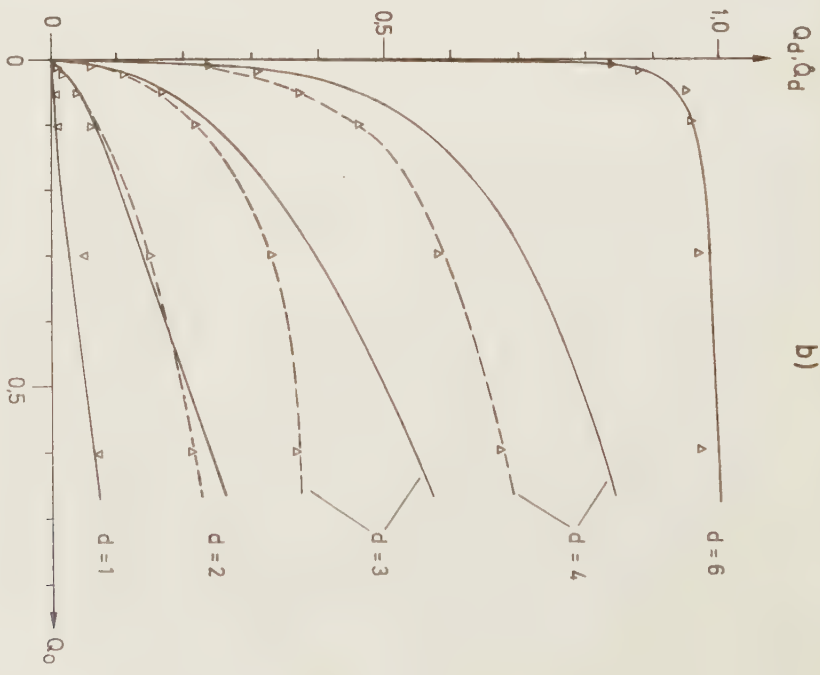
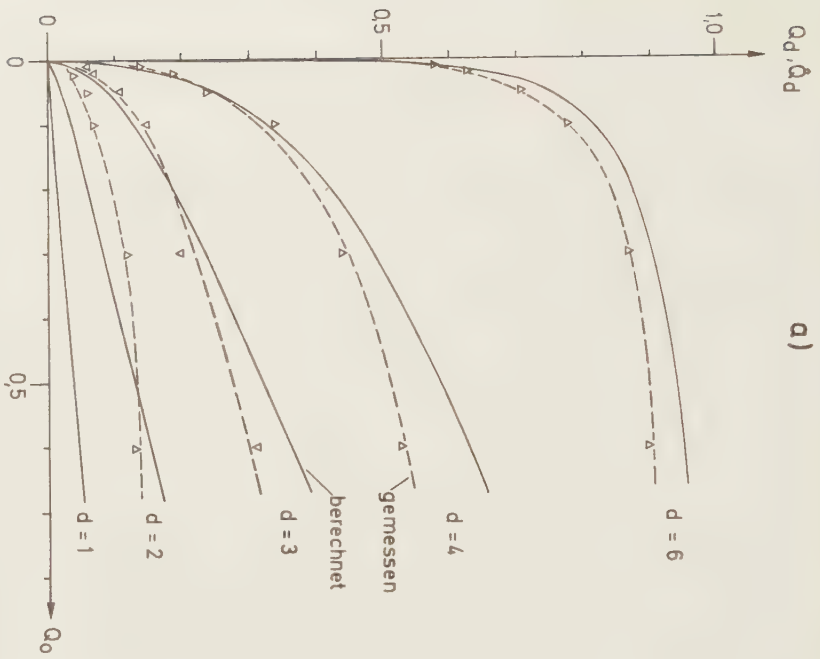


Bild 7-8: Empfänger-Arbeitscharakteristiken für EEG, Registrierungs-Nr. 38:
a) MLD für weißes Rauschen;
b) MLD für farbiges Rauschen.

Registrierungs-Nr.		MLD für weißes Rauschen		MLD für farbiges Rauschen	
		17	38	17	38
d					
1	s_{md}	16	47	13	14
	σ_{λ}	6,98	4,97	4,11	3,35
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	16,55	9,21	8,94	5,57
2	s_{md}	14	46	17	49
	σ_{λ}	3,49	2,49	2,05	1,67
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	5,52	2,36	1,61	1,96
3	s_{md}	31	90	49	125
	σ_{λ}	2,33	1,66	1,37	1,12
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	1,93	1,87	1,54	1,29
4	s_{md}	59	188	97	263
	σ_{λ}	1,74	1,24	1,03	0,84
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	1,41	1,39	1,15	0,97
6	s_{md}	193	447	263	556
	σ_{λ}	1,16	0,83	0,68	0,56
	$\hat{\sigma}_{\lambda}$	1,05	1,00	0,91	0,69

Tab. 7-11: Theoretische Werte σ_{λ} und Meßwerte $\hat{\sigma}_{\lambda}$ für die Streuung des Zeitverschiebungs-Schätzwerts $\hat{\lambda}_m$. s_{md} = Stichprobenumfang.

7.7 Zusammenfassung der Testergebnisse

Die in den Abschnitten 7.4 bis 7.6 beschriebenen Untersuchungen haben gezeigt, daß der MLD eine Realisierung der Korrelationsanalyse erlaubt, bei der theoretische und praktische, bei der Verarbeitung verschiedener Testsignale gewonnene Ergebnisse gut übereinstimmen. Außerdem hat sich erwiesen, daß bei Verarbeitung von EEGs bzw. dem EEG ähnlichen Signalen der "MLD für farbiges Rauschen" eine (in günstigen Fällen um bis zu 80%) höhere Detektionshäufigkeit und eine (oft um bis zu 40 %) geringere Streuung der Zeitverschiebungs-Schätzwerte liefert als der "MLD für weißes Rauschen".

Anhand der gemessenen Detektionshäufigkeiten $\hat{Q}_d$ kann man abschätzen, wie hoch der Anteil detektierbarer Potentiale bei der Anwendung auf natürliche evozierte Potentiale im EEG günstigstenfalls sein dürfte. Voraussetzung dafür ist allerdings die Kenntnis

- a) des jeweiligen S/R-Verh. d der natürlichen evozierten Potentiale und
- b) des Anteils derjenigen Zeitverschiebungs-Schätzwerte $\hat{\lambda}_m$, die von der wahren Zeitverschiebung λ_m der evozierten Potentiale um weniger als einen festgelegten Grenzwert Δ abweichen.

Diese Informationen konnten die bisherigen Untersuchungen noch nicht liefern. Im nächsten Kapitel wird deshalb ein Verfahren vorgeschlagen, das zumindest die Abschätzung der unter a) und b) genannten Größen ermöglichen soll.

8. ENTWICKLUNG EINES PRAKTISCHEN ZUVERLÄSSIGKEITSTESTS FÜR DIE KORRELATIONSANALYSE EVOZIERTER POTENTIALE

Nachdem durch die in Kap. 7 beschriebenen Untersuchungen nachgewiesen worden war, daß der MLD ein sinnvolles und zweckmäßiges System zur Realisierung der Korrelationsanalyse darstellt, wurde er für die Korrelationsanalyse mit anschließender "potentialsynchroner" Mittelung eingesetzt. Das verwendete Meßsystem zeigt Bild 8-1. Es entstand aus dem in Bild 2-6 dargestellten Blockschema durch Einfügen des MLD und eines Korrelators, welcher den für den Entwurf des "MLD für farbiges Rauschen" benötigten AKF-Schätzwert $\hat{\phi}_{r_1 r_1}(\kappa)$ der Hintergrundaktivität $r_1(k)$ liefert.

Außerdem ist im Bild 8-1 angedeutet, daß sowohl ein unterschwelliges Maximum von $y_m(k)$ als auch ein zu großer Absolutwert von $\hat{\lambda}_m$ zum Ausschluß des zugehörigen Registrierungsabschnitts $x_m(k)$ von der Mittelung führt.

Das Schieberegister zur Synchronisation der Datenabschnitte $x_m(k)$ und der Mittelwertrechner wurden, zu einem Gerät zusammengefaßt, in "hardware" realisiert /2-8/. Alle übrigen Funktionsblöcke des Bildes 8-1 wurden in "software" auf einer Rechenanlage PDP 11/45 simuliert.

Wie bereits in Abschn. 7.7 erwähnt, konnte aber auch mit diesem verbesserten Meßsystem nicht festgestellt werden, inwieweit die gemessenen Zeitverschiebungs-Schätzwerte $\hat{\lambda}_m$ mit der tatsächlichen Zeitverschiebung λ_m der natürlichen evozierten Potentiale $e_m(k)$ übereinstimmen.

Es wurde deshalb ein Zuverlässigkeits-Testverfahren entwickelt, das abzuschätzen erlaubt, welche Anzahl m_s der bei der Verarbeitung von M Registrierungsabschnitten $x_m(k)$ gewonnenen Zeitverschiebungs-Schätzwerte $\hat{\lambda}_m$ um weniger als $\pm\Delta$ von der jeweiligen wahren Zeitverschiebung λ_m abweicht. Dabei ist Δ ein frei wählbarer Grenzwert. Bei diesem Testverfahren wurde von

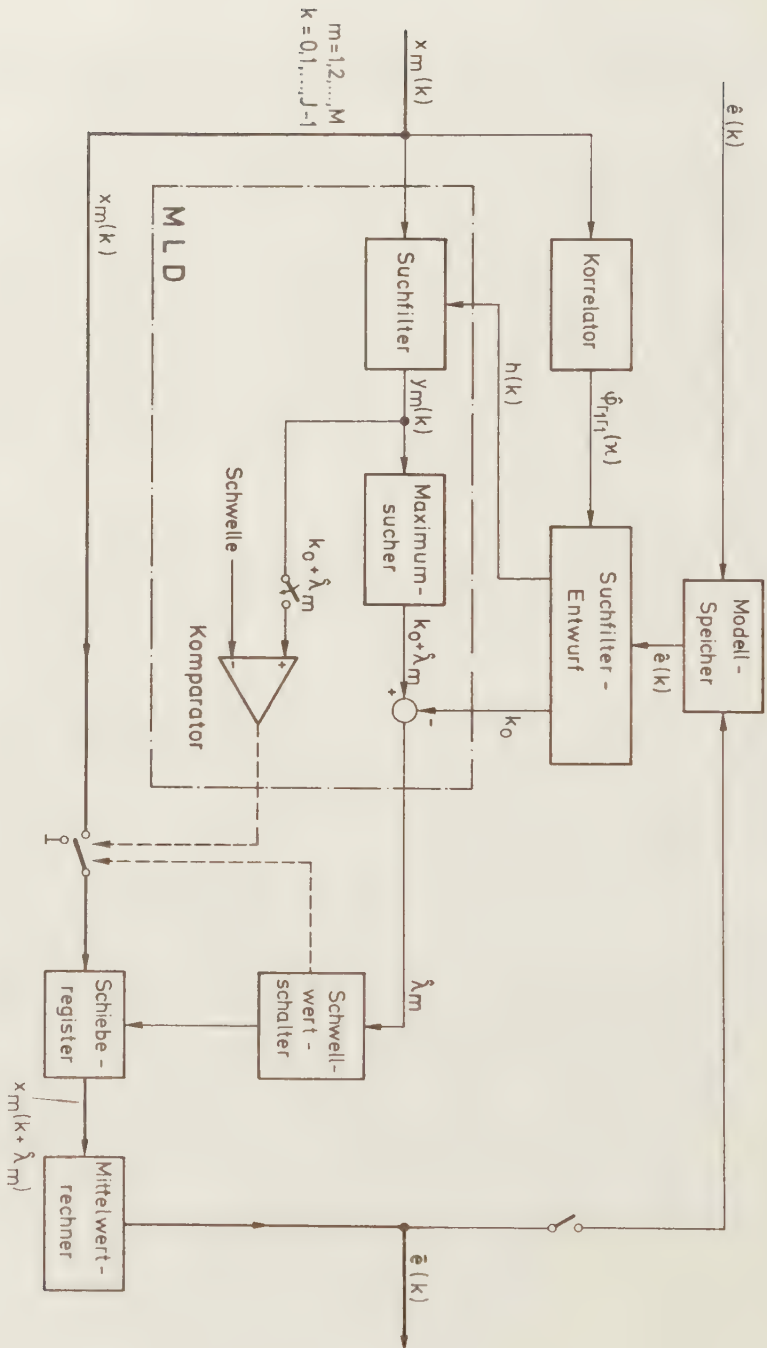


Bild 8-1:

Blockschema der Korrelationsanalyse mit "potentialsynchroner" Mittelung.
(Der MLD realisiert die Korrelationsanalyse.)

folgender Grundannahme ausgegangen:

Wenn nebeneinander bzw. nacheinander natürliche und künstliche evozierte Potentiale mit dem in Bild 8-1 dargestellten Meßsystem verarbeitet werden und die Versuchsbedingungen bei beiden Verarbeitungen bestmöglich aneinander angeglichen werden, dann kann man annehmen, daß die Abweichungen $\Delta\lambda = \hat{\lambda}_m - \lambda_m$ bei beiden Versuchen ähnliche diskrete Verteilungen (Abweichungshistogramme) aufweisen (wobei hier wiederum vorausgesetzt wird, daß die Kurvenform der natürlichen evozierten Potentiale konstant bleibt). Weil die Zeitverschiebung λ_m der künstlichen evozierten Potentiale $e_k(k)$ bekannt ist, ist bei der Verarbeitung der $e_k(k)$ die Anzahl m_s derjenigen Abweichungen $\Delta\lambda$, für die

$$|\Delta\lambda| = |\hat{\lambda}_m - \lambda_m| \leq \Lambda \quad (8-1)$$

gilt, in einfacher Weise feststellbar. Als Konsequenz aus der obigen Annahme kann bei der Verarbeitung natürlicher evozierter Potentiale $e_m(k)$ erwartet werden, daß die Zahl der Abweichungen $\Delta\lambda$, die Gl. (8-1) erfüllen, ungefähr mit m_s übereinstimmt.

Die für die Aussagefähigkeit des Zuverlässigkeitstests erforderliche gute Übereinstimmung der Versuchsbedingungen bei der Verarbeitung von natürlichen und künstlichen evozierten Potentialen wurde durch folgende Maßnahmen erreicht:

- a) Als künstliches evoziertes Potential $e_k(k)$ wie auch als Potentialmodell für die Korrelationsanalyse wurde eine Schätzwertefolge $\hat{e}(k)$ verwendet, die entsprechend Gl. (2-6) aus dem Ergebnis $\bar{e}(k)$ der reizsynchronen Mittelung aller M natürlichen evozierten Potentiale $e_m(k)$ des zu untersuchenden Datensatzes gewonnen wurde.
- b) Um den Einfluß von Nichtstationaritäten des EEG gering zu halten, wurde das künstliche evozierte Potential mit möglichst geringem Zeitabstand vom natürlichen evozierten Po-

tential zum EEG addiert (vgl. Bild 11-2).

- c) Die künstlichen evozierten Potentiale wurden mit statistisch schwankender Zeitverschiebung λ_m zum EEG addiert. Die λ_m waren dabei genähert gaußverteilt mit dem Mittelwert $\lambda_m = 0$ (in Bild 11-2c ist das evozierte Potential für $\lambda_m = 0$ dargestellt) und der theoretischen Streuung $\sigma_\lambda = 5$. Es wurde jedoch zusätzlich

$$|\lambda_m| \leq 10 \quad (8-2)$$

festgelegt, um ein Herausfallen des Maximums von $y_m(k)$ aus einem durch Gl. (9-2) noch näher festzulegenden eingeschränkten Intervall akzeptierter Detektionsfälle zu vermeiden.

- d) Das S/R-Verh. d nach Gl. (7-3) bzw. der Amplitudenfaktor A nach Gl. (7-5) des künstlichen evozierten Potentials $e_k(k)$ wurde solange verändert, bis die Empfänger-Arbeitscharakteristiken für die natürlichen und künstlichen evozierten Potentiale soweit wie möglich übereinstimmten.

Im Bild 8-2 ist in der Form eines Flußdiagramms der Ablauf des Zuverlässigkeitstests schematisch dargestellt. Im folgenden sollen Teile des Flußdiagramms noch näher erläutert werden.

8.1 Gewinnung eines Anfangs-Schätzwerts für das S/R-Verh. der evozierten Potentiale

Das Bild 8-2 zeigt, daß i.a. die Verarbeitung der künstlichen evozierten Potentiale mit verschiedenen Werten des S/R-Verh. d iterativ wiederholt werden muß. Der Zuverlässigkeitstest wird deshalb umso schneller durchgeführt werden können, je besser der Anfangs-Schätzwert für d bereits mit dem optimalen Wert von d übereinstimmt.

Als Anfangs-Schätzwert für d wurde deshalb dasjenige S/R-Verh. d_e verwendet, welches sich ergibt, wenn das oben unter a) ge-

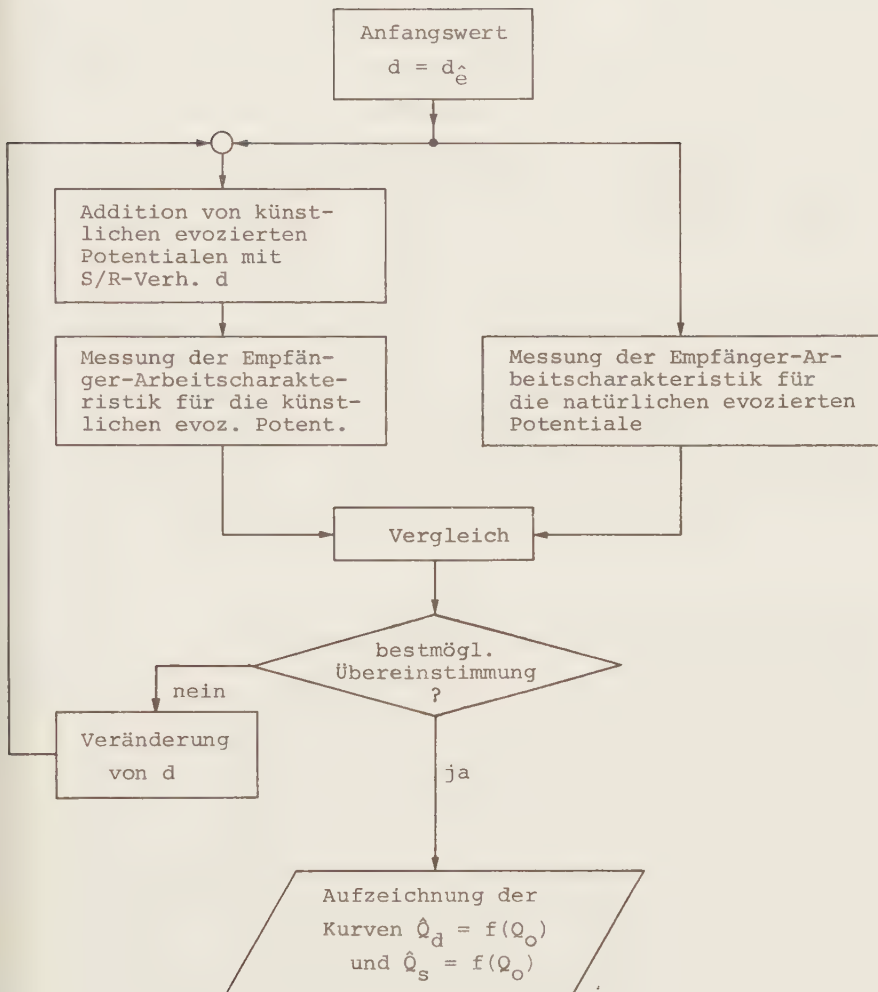


Bild 8-2: Flußdiagramm des Zuverlässigkeits-Testverfahrens.

[$\hat{d}_e$ nach Gl. (8-3)]

nannte gemittelte Potentialmodell $\hat{e}(k)$ in die Gl. (7-3) eingesetzt wird:

$$\hat{d}_e = \frac{\sqrt{\sum_{k=0}^{K-1} \hat{e}^2(k)}}{\hat{\sigma}_{r_1}} \quad (8-3)$$

Bei der Berechnung des Streuungsschätzwerts $\hat{\sigma}_{r_1}$ der EEG-Hintergrundaktivität mußte der dritte Block jedes¹ Datenabschnitts ausgespart werden, um Verfälschungen durch das darin enthaltene evozierte Potential zu vermeiden (vgl. Bild 11-2).

Der nach Gl. (8-3) berechnete Wert $\hat{d}_e$ stellt nur dann einen konsistenten Schätzwert für das S/R-Verh. der einzelnen evozierten Potentiale $e_m(k)$ dar, wenn letztere konstante Zeitverschiebung aufweisen. Bei variabler Zeitverschiebung wird Gl. (8-3) i.a. einen zu kleinen Wert liefern. Dann ist eine iterative Veränderung von d erforderlich.

8.2 Messung und Vergleich der Empfänger-Arbeitscharakteristiken

Die Addition der künstlichen evozierten Potentiale und die Messung der Anzahl m_d der Detektionsfälle sowie der Anzahl m_s der die Gl. (8-1) erfüllenden Abweichungen zeigt das Bild 8-3. Die Anwendung des MLD erfolgte im wesentlichen in der in Abschn. 7.2 beschriebenen Weise; lediglich einige Änderungen an dem dort beschriebenen MLD mußten vorgenommen werden, um die praktische Durchführung des Zuverlässigkeitstests bei den vorhandenen Datensätzen zu ermöglichen. Diese Änderungen werden in Abschn. 9.1 angegeben.

Aus den bei verschiedenen Vorgabewerten Q_o gewonnenen Anzahlen m_d wurden nach Gl. (7-8) die Detektionshäufigkeiten $\hat{Q}_d$ berechnet und damit die Empfänger-Arbeitscharakteristiken $\hat{Q}_{dk} = f(Q_o)$ für die künstlichen evozierten Potentiale $e_k(k)$ aufgezeichnet. Diese wurden mit den bei der Verarbeitung natürlicher evozierter Potentiale $e_m(k)$ gewonnenen Arbeitscharakteristiken

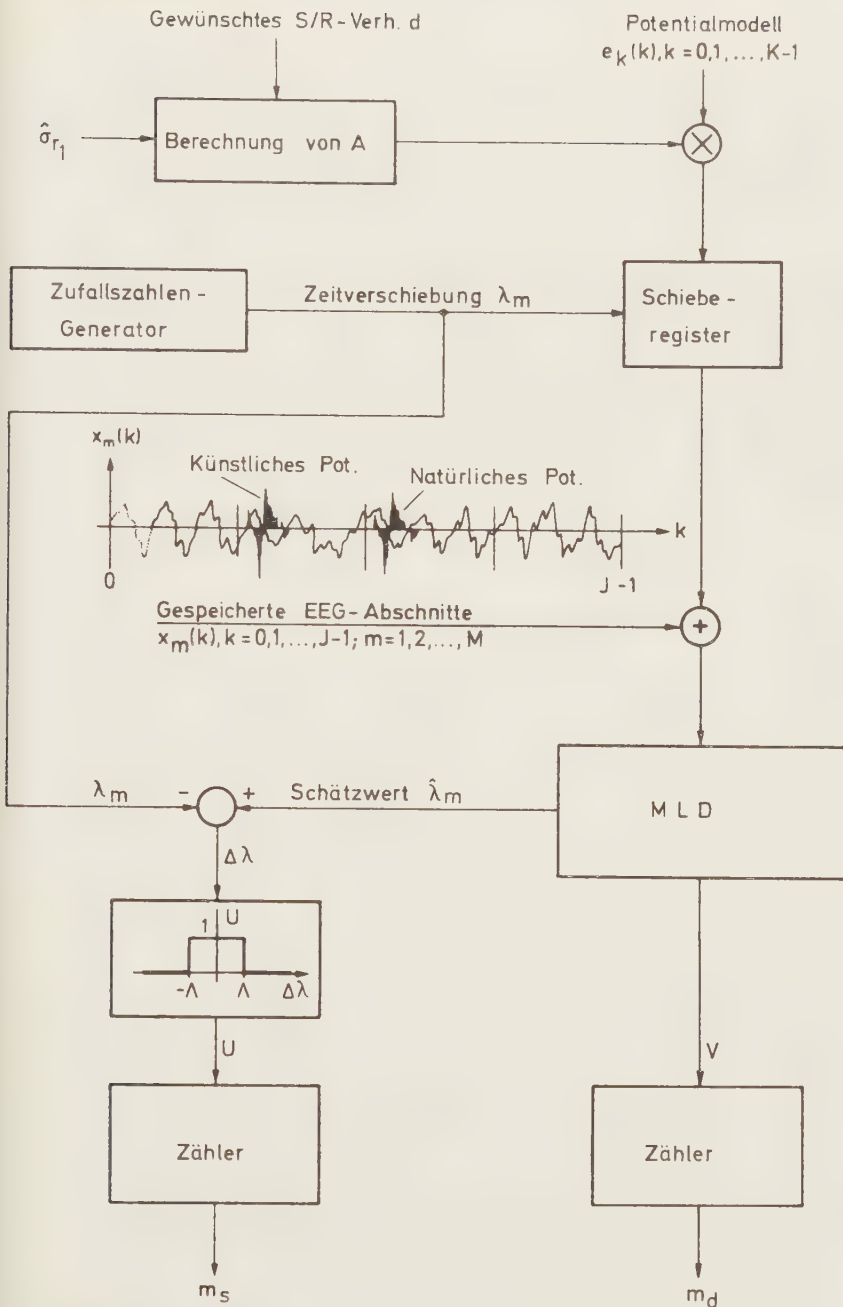


Bild 8-3: Addition der künstlichen evozierten Potentiale und Messung von m_d und m_s

$\hat{Q}_{dn} = f(Q_o)$ verglichen. Bild 8-4 zeigt am Beispiel des Datensatzes Nr. 45, wie versucht wurde, die Kurve $\hat{Q}_{dn} = f(Q_o)$ durch die Kurve $\hat{Q}_{dk} = f(Q_o)$ anzunähern. Dabei wurde nacheinander das S/R-Verh. d zu 2, 4 und 3 gewählt.

Beim letztgenannten Wert wurde schließlich eine befriedigende Übereinstimmung erzielt. I.a. konnten aber auch bei beliebiger Variation von d die Kurvenverläufe $\hat{Q}_{dk} = f(Q_o)$ und $\hat{Q}_{dn} = f(Q_o)$ nicht völlig zur Deckung gebracht werden. Die Entscheidung, wann die bestmögliche Übereinstimmung beider Charakteristiken erreicht sei, konnte deshalb nur subjektiv getroffen werden.

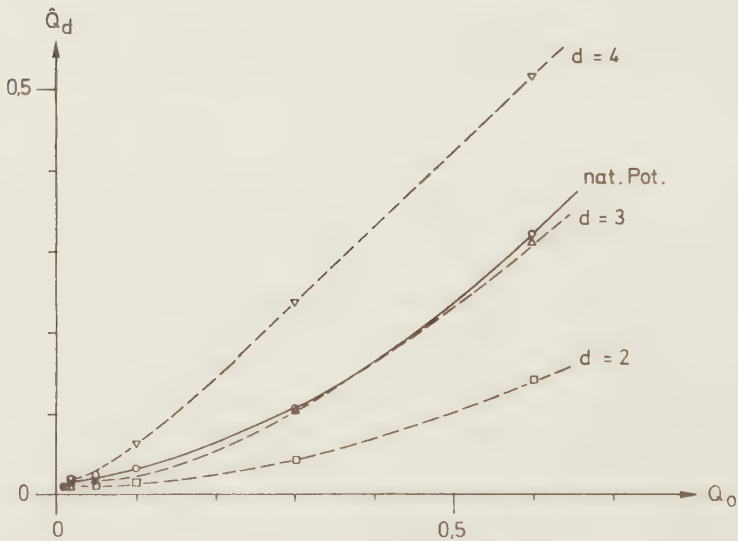


Bild 8-4: Annäherung der Empfänger-Arbeitscharakteristik

$\hat{Q}_{dn} = f(Q_o)$ durch die Arbeitscharakteristik

$\hat{Q}_{dk} = f(Q_o)$.

—○—○— $\hat{Q}_{dn} = f(Q_o)$,

--△--□-- $\hat{Q}_{dk} = f(Q_o)$.

8.3 Ergebnisdarstellung beim Zuverlässigkeitstest

Das Bild 8-3 zeigt, daß bei jeder Verarbeitung eines EEG-Datensatzes (also für jeden Vorgabewert Q_0) neben m_d auch die Zahl m_s der die Gl. (8-1) erfüllenden Abweichungen $\Delta\lambda$ ermittelt wurde. Die Auswertung der gewonnenen m_s -Werte war allerdings erst dann sinnvoll, wenn das optimale S/R-Verh. gefunden war. War dies der Fall, dann lagen nach der Messung für jeden Vorgabewert Q_0 zwei m_d -Werte (jeweils einer gewonnen bei der Verarbeitung des natürlichen und des künstlichen evozierten Potentials) und ein m_s -Wert vor. Als aussagefähigste Darstellungsform für diese Ergebnisse erwies sich eine Empfänger-Arbeitscharakteristik, in die folgende drei Kurven eingetragen wurden:

- a) Die Detektionshäufigkeit der natürlichen evozierten Potentiale $\hat{Q}_{dn} = f(Q_0)$;
- b) die Detektionshäufigkeit der künstlichen evozierten Potentiale $\hat{Q}_{dk} = f(Q_0)$;
- c) die Häufigkeit der Abweichungen $\Delta\lambda$, welche die Gl. (8-1) erfüllten, $\hat{Q}_s = f(Q_0)$.

Dabei wurde $\hat{Q}_s$ wie folgt definiert:

$$\hat{Q}_s = \frac{\text{Zahl der Abweichungen } \Delta\lambda, \text{ die Gl. (8-1) erfüllen}}{M} \quad (8-4).$$

Solche Ergebnisdarstellungen zeigen die Bilder 9-2 bis 9-4.

9. ANWENDUNG DES ZUVERLÄSSIGKEITSTESTS AUF IM EEG DES MENSCHEN VERBORGENE AKUSTISCH EVO- ZIERTE POTENTIALE

Das im Kap. 8 entwickelte Zuverlässigkeits-Testverfahren wurde bei der Korrelationsanalyse einer Reihe von EEG-Registrierungen mit darin verborgenen akustisch evozierten Potentialen angewendet. Dabei wurde auch stets die anschließende "potentialsynchrone" Mittelung entsprechend Bild 8-1 durchgeführt und deren Ergebnis $\bar{e}(k)$ ausgewertet. Alle Datensätze wurden zweimal verarbeitet, je einmal unter Verwendung des "MLD für weißes Rauschen" und des "MLD für farbiges Rauschen", so daß die Leistungsfähigkeit dieser beiden Systeme verglichen werden konnte. Eine adaptive Anpassung des letztgenannten MLDs an die EEG-Hintergrundaktivität wurde nicht vorgenommen; statt dessen jeweils für einen ganzen Datensatz eine AKF-Schätzwertefolge mit möglichst geringer Erwartungswertverschiebung und Streuung berechnet und dem MLD-Entwurf zugrundegelegt. Es wurde auch nicht versucht, eine iterative Verbesserung der Ergebnisse durch die in Bild 8-1 angedeutete Rückführung von $\bar{e}(k)$ als neues Potentialmodell $\hat{e}(k)$ zu erreichen.

9.1 Veränderungen und Ergänzungen am Meßsystem

Damit der Zuverlässigkeitstest auf die zur Verfügung stehenden Daten (siehe Abschn. 9.2) sinnvoll angewendet werden konnte, waren einige geringfügige Änderungen an den im Kap. 7 beschriebenen MLDs und eine Erweiterung des im Bild 8-1 dargestellten Meßsystems erforderlich. Diese Veränderungen werden im folgenden beschrieben.

- a) Das Beobachtungsintervall T mußte von 256 auf 128 Abtastintervalle verkürzt werden, damit innerhalb eines Abschnitts $x_m(k)$ ein natürliches und ein künstliches evoziertes Potential getrennt detektiert werden konnten (vgl. die Bilder 8-3 und 11-2). Die Angabe in Tab. 7-2: "Beob-

achtungsintervall T beinhaltet die Zeitverschiebungswerte

$$-128 \leq \lambda_m \leq 127 \quad (7-1)$$

ist daher hier zu ersetzen durch: "Beobachtungsintervall T beinhaltet die Zeitverschiebungswerte

$$-64 \leq \lambda_m \leq 63 \quad (9-1)$$

- b) Der nach Gl. (7-7) festgelegte Schwankungsbereich von $\hat{\lambda}_m$, innerhalb dessen der Detektionsfall angenommen wurde, konnte nicht verwendet werden; denn für eine a-priori-Berechnung von σ_{Δ} hätte das S/R-Verh. bekannt sein müssen. Es wurde deshalb ein fester Bereich der nach bisheriger Erfahrung physiologisch sinnvollerweise vorkommenden Zeitverschiebungen (nach /1-2/, /1-6/ und /9-1/) festgelegt: Das absolute Maximum von $y(k)$ im Beobachtungsintervall T wurde nur dann als Indikator für den Detektionsfall akzeptiert, wenn es im Intervall

$$-13 \leq \hat{\lambda}_m \leq 13 \quad (9-2)$$

(entsprechend einer Zeitverschiebung von ± 104 ms) lag. (Wie bereits in Abschn. 2.2.1 erwähnt, sind auch negative Zeitverschiebungen - bis zu einer gewissen kausalitätsbedingten Grenze - sinnvoll.)

- c) Nun war noch die im Bild 8-3 dargestellte Möglichkeit zur Feststellung der Anzahl m_s in das im Bild 8-1 gezeigte Meßsystem einzufügen. Für die Anwendung mußte der durch Gl. (8-1) definierte Grenzwert Δ zahlenwertmäßig festgelegt werden. Dabei war davon auszugehen, daß im hier vorliegenden Anwendungsfall die Korrelationsanalyse und die daran anschließende Synchronisation der Registrierungsabschnitte $x_m(k)$ ein gegenüber der reizsynchronen Mittelung verbessertes Mittelungsergebnis $\bar{e}(k)$ liefern sollten. Eine Betrachtung des typischen Potentialmodells $e_o(k)$ im Bild 5-14a zeigt, daß man diese Verbesserung des Mittelungser-

gebnisses nur dann erwarten kann, wenn in der Mehrzahl der Detektionsfälle die Abweichung $\Delta\lambda$ betragsmäßig nicht größer ist als etwa $1/4$ bis $1/3$ des zeitlichen Abstandes der Spitzenwerte N_1 und P_2 des evozierten Potentials $e_m(k)$. Deshalb wurde der Grenzwert Λ nach Gl. (8-1) für die im folgenden beschriebenen Untersuchungen auf

$$\Lambda = 3$$

(9-3)

festgelegt.

9.2 Verwendete EEG-Datensätze

Bei der Anwendung des Zuverlässigkeitstests handelte es sich um die in Tab. 5-1 als Nr. 4 genannte Testreihe. Die Datenabschnitte $x_m(k)$ stellten also vom Schädel des wachen Menschen abgeleitetes EEG mit darin verborgenen akustisch evozierten Potentialen dar. Die Versuchsbedingungen bei der Ableitung dieser EEGs und die Vorverarbeitung der Registrierungen sind im Kap. 11 beschrieben. Hier sind noch die Registrierungsnummern, Angaben zu den Versuchspersonen und die Daten der akustischen Reizsignale nachzutragen. Dies geschieht in Tab. 9-1. (Genauere Angaben zur Vokalstimulation finden sich in /9-2/).

Von jedem Abschnitt $x_m(k)$ konnte bei diesen EEG-Registrierungen nur noch eine AKF-Schätzwertefolge des Stichprobenumfangs $L = 256$ gewonnen werden, weil die Daten überwiegend nur abschnittsweise zur Verfügung standen und eine Verfälschung durch das im dritten Block jedes Abschnitts enthaltene evozierte Potential vermieden werden sollte. Die zum Entwurf der MLDs verwendeten AKF-Schätzwertefolgen $\hat{\phi}_{r,r_1}(k)$ wurden hier in der im Abschn. 7.6 beschriebenen Weise berechnet, also durch Mittelung von Periodogrammen und Fensterung der resultierenden AKF-Schätzwertefolge. Der reduzierte Stichprobenumfang führte

Regis- trie- rungs- Nr.	Versuchs- person ^{+))}	Art	R e i z		Anzahl M
			Dauer	Intensität	
			ms	db SPL	
25	An.	Sinus 1000 Hz	100 ^{*)}	10	90
28	Wu.	Sinus 1000 Hz	100 ^{*)}	20	100
32	An.	Vokale	100 ^{*)}	10	94
33	Wu.	Sinus 1000 Hz	100 ^{*)}	30	92
34	An.	Sprachband- Rauschen	100 ^{*)}	30	97
35	An.	Sprachband- Rauschen	100 ^{*)}	20	97
39	An.	Sinus 1000 Hz	100 ^{*)}	30	99
40	An.	Vokale	100 ^{*)}	30	96
43	Bl.	Sinus 1000 Hz	600 ^{**))}	70	113
44	Schr.	Sinus 1000 Hz	600 ^{**))}	60	118
45	Bi.	Sinus 1000 Hz	600 ^{**))}	40	121
47	Sp.	Sinus 1000 Hz	100 ^{*)}	10	84
48	Wa.	Sinus 1000 Hz	600 ^{**))}	80	128
49	Me.	Sinus 1000 Hz	600 ^{**))}	80	128
50	Wa.	Sinus 1000 Hz	600 ^{**))}	90	128
51	Ko.	Sinus 1000 Hz	600 ^{**))}	60	128

+) Alle Versuchspersonen waren männlichen Geschlechts.

*) Diese Reizsignale wurden hart ein- und ausgeschaltet, jedoch mit einem C.C.I.T.T.-Sprachbandfilter nachgefiltert.

**) Diese Reizsignale wurden so ein- und ausgeschaltet, daß sich die in Bild 9-1 dargestellte Einhüllende u(t) ergab.

Tab. 9-1: Verwendete EEG-Datensätze.

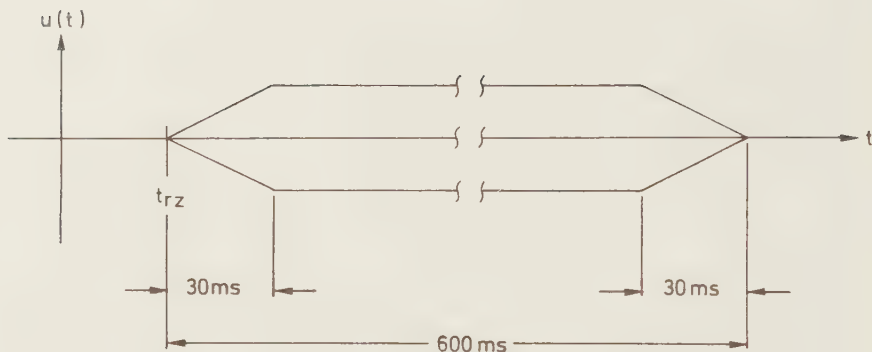


Bild 9-1: Einhüllende der Reizsignale mit 600 ms Dauer.

dabei nicht zu einer untragbaren Vergrößerung der Abweichungen. Für die entsprechend Gl. (7-12) ermittelten Erwartungswertverschiebungen $\hat{b}_M(\kappa)$ galt für alle in Tab. 9-1 genannten Datensätze

$$\hat{b}_M(\kappa) < 0,056 \quad , \quad (9-4)$$

während für alle nach Gl. (7-13) berechneten Streuungsschätzwerte

$$\hat{\sigma}_{\varphi_M}(\kappa) < 0,04 \quad (9-5)$$

galt.

Angaben über den relativen Approximationsfehler F, der sich beim Entwurf des "MLD für farbiges Rauschen" unter Verwendung der oben genannten AKF-Schätzwertefolgen jeweils ergab, finden sich im Abschn. 9.4.

9.3 Einige typische Einzelergebnisse

Im Abschn. 8.3 wurde bereits erwähnt, daß die aussagefähigste Darstellungsform für die Ergebnisse des Zuverlässigkeitstests eine Empfänger-Arbeitscharakteristik ist. Wegen der Ähnlichkeit vieler Arbeitscharakteristiken, die bei der Anwendung des Tests auf die in Tab. 9-1 genannten Datensätze gewonnen wurden, erscheint es nicht erforderlich, alle Ergebnisse hier in grafischer Form zu dokumentieren. Es sollen vielmehr im folgenden einige typische Empfänger-Arbeitscharakteristiken vorgestellt werden, wobei wieder wie in Kap. 7 die bei jeweils einem Datensatz gemessenen Kurven in jeweils einem Bild zusammengestellt werden. Die zwei Teilbilder jedes Bildes erlauben dabei auch hier den direkten Vergleich der mit dem "MLD für weißes Rauschen" und der mit dem "MLD für farbiges Rauschen" gewonnenen Ergebnisse. (Es ist zu beachten, daß die Bilder mit verschiedenen Ordinatenmaßstäben dargestellt sind.) Als Parameter ist jeweils das verwendete optimale S/R-Verh. d angegeben.

Bild 9-2 zeigt die Ergebnisse für den Datensatz Nr. 51, der von allen in Tab. 9-1 genannten Registrierungen die höchsten $\hat{Q}_d$ -Werte lieferte. Obwohl bereits beim "MLD für weißes Rauschen" die Empfänger-Arbeitscharakteristiken verhältnismäßig hoch liegen, werden sie von den für den "MLD für farbiges Rauschen" geltenden Charakteristiken deutlich übertroffen, in einigen Meßpunkten um mehr als 100 %. Außerdem ist eine gute Übereinstimmung zwischen den für das natürliche und das künstliche evozierte Potential gefundenen Kurven $\hat{Q}_{dn} = f(Q_o)$ und $\hat{Q}_{dk} = f(Q_o)$ festzustellen. Der Verlauf von $\hat{Q}_s = f(Q_o)$ liegt nur wenig darunter, das Ergebnis der Korrelationsanalyse dürfte daher mit recht großer Verlässlichkeit die natürlichen evozierten Potentiale repräsentieren.

Die im Bild 9-3a auftretenden ziemlich geringen Werte der Detektionshäufigkeit $\hat{Q}_d$ sind wesentlich typischer für die Mehrzahl der Ergebnisse dieser Versuchsreihe als die in Bild 9-2 dargestellten großen Werte. Bei dem hier vorliegenden Datensatz Nr. 45 konnte aber durch Einsatz des "MLD für farbiges Rauschen" eine weit höhere Detektionshäufigkeit erzielt wer-

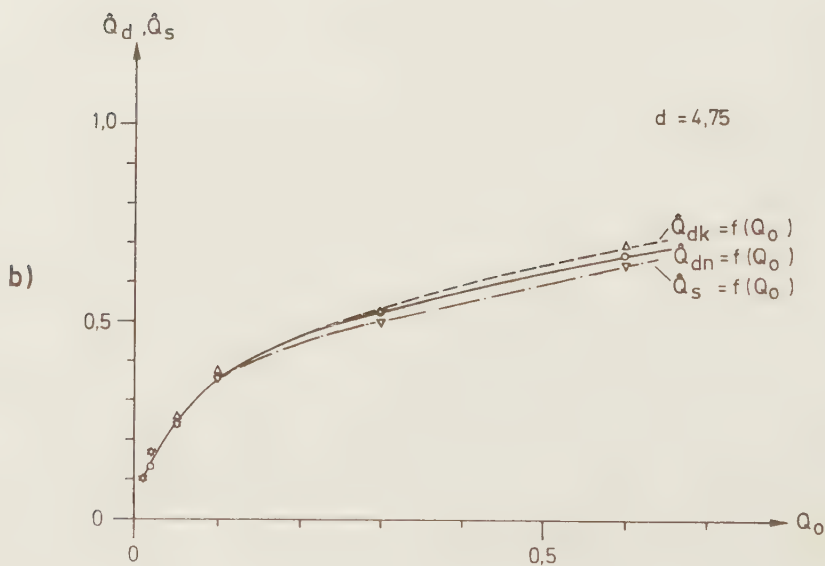
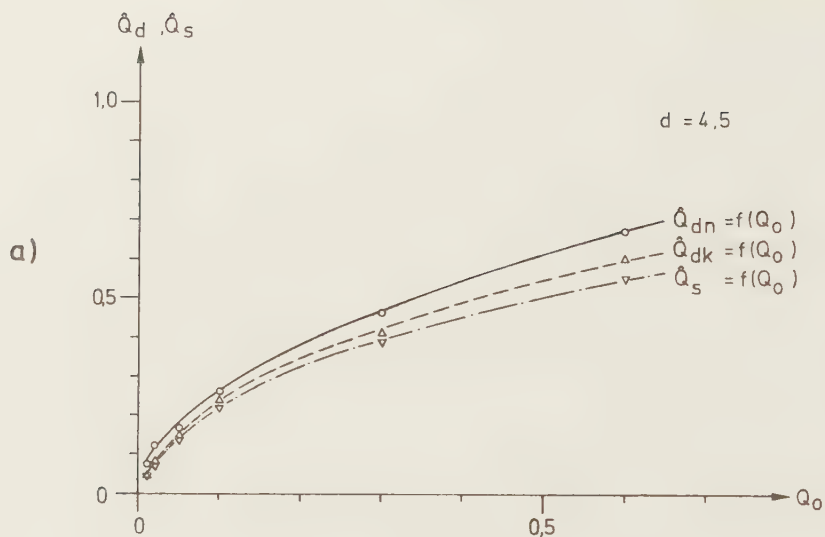


Bild 9-2: Ergebnisse des Zuverlässigkeitstests für Datensatz Nr. 51,
 a) mit "MLD für weißes Rauschen",
 b) mit "MLD für farbiges Rauschen".

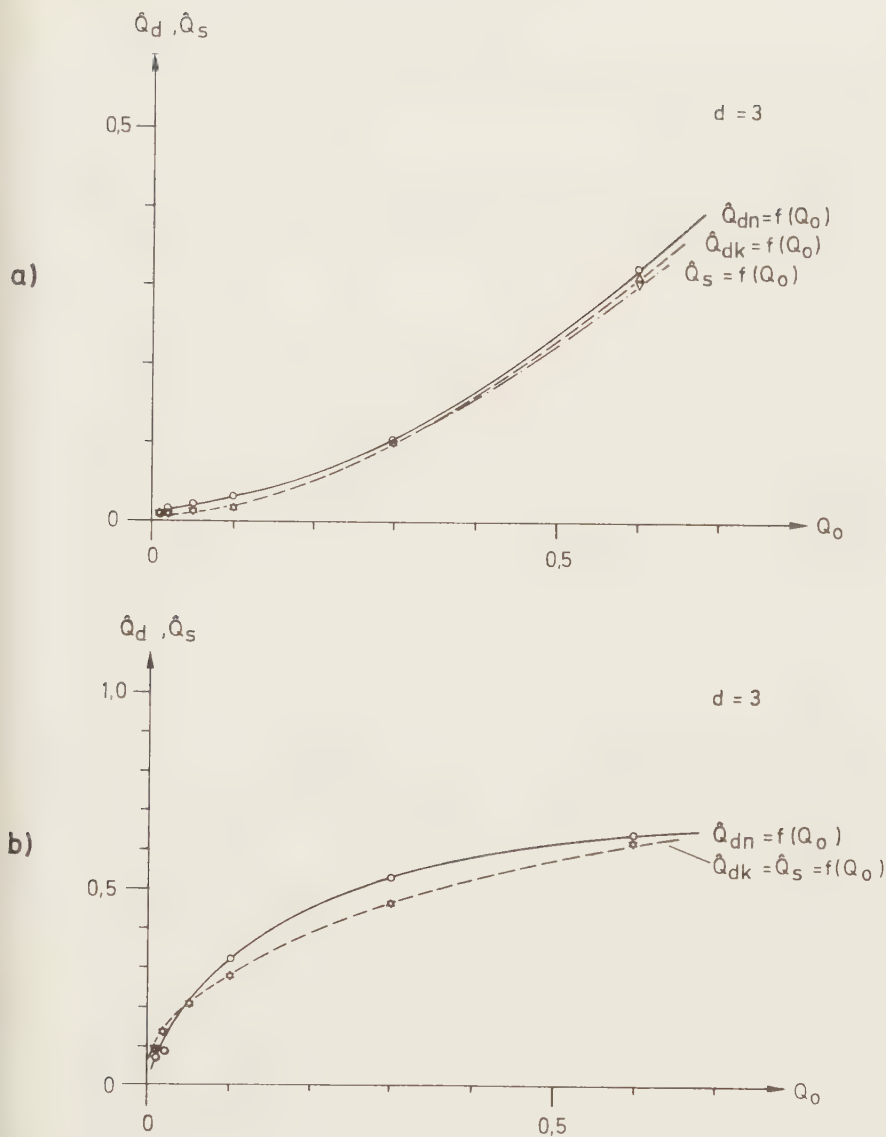


Bild 9-3: Ergebnisse des Zuverlässigkeitstests für
 Datensatz Nr. 45,
 a) mit "MLD für weißes Rauschen",
 b) mit "MLD für farbiges Rauschen".

den (Bild 9-3b): in einzelnen Meßpunkten ist $\hat{Q}_d$ in Bild 9-3b sechsmal so groß wie in Bild 9-3a.

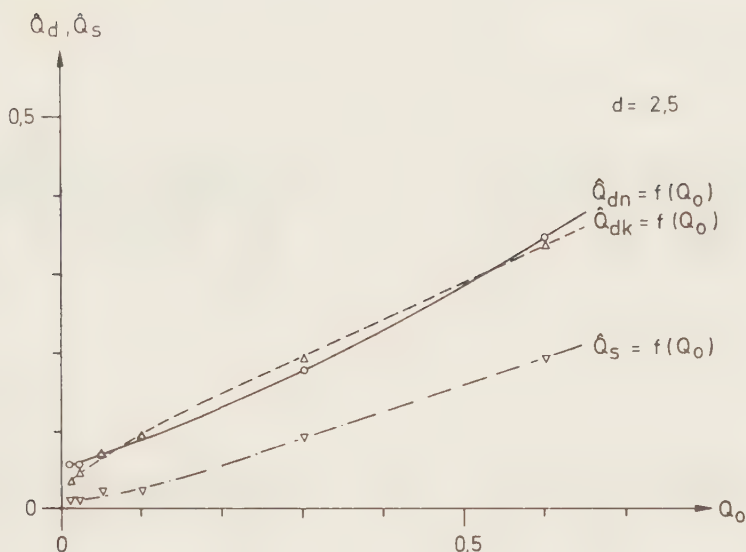
Für beide MLD-Arten ergaben sich bei der Registrierung Nr. 45 auch die besten Zuverlässigkeitsabschätzungen der gesamten Testreihe: die Kurven $\hat{Q}_{dk} = f(Q_0)$ und $\hat{Q}_s = f(Q_0)$ sind praktisch deckungsgleich.

Obwohl auch in Bild 9-4 die beiden Kurven $\hat{Q}_{dn} = f(Q_0)$ und $\hat{Q}_{dk} = f(Q_0)$ noch sehr gut übereinstimmen, zeigt der Verlauf von $\hat{Q}_s = f(Q_0)$, daß man hier (beim Datensatz Nr. 25) stets mit ca. 50 % Fehlsynchronisationen rechnen muß. Ein zuverlässiger Rückschluß vom Ergebnis der Korrelationsanalyse auf die einzelnen evozierten Potentiale dürfte daher nicht mehr möglich sein. Außerdem lag hier einer der gelegentlich auftretenden Fälle vor, bei dem die mit dem "MLD für farbiges Rauschen" erzielbaren Detektionshäufigkeiten geringfügig kleiner waren als die mit dem "MLD für weißes Rauschen" erzielten.

Bei allen in Tab. 9-1 genannten Datensätzen wurde neben dem Zuverlässigkeitstest auch die Korrelationsanalyse mit anschließender "potentialsynchroner" Mittelung entsprechend Bild 8-1 durchgeführt, und zwar jeweils für den Vorgabewert $Q_0 = 0,6$. Weil zur Gewinnung eines Potentialmodells $\hat{e}(k)$ für die Korrelationsanalyse ohnehin eine reizsynchrone Mittelung erforderlich war, konnten die Ergebnisse beider Verarbeitungsarten miteinander verglichen werden. Für einen typischen Fall ist dies in den Bildern 9-5 und 9-6 dargestellt.

Die Diskussion der in den Bildern 9-5 und 9-6 gezeigten Ergebnisse erfolgt in Abschn. 9.4f.

a)



b)

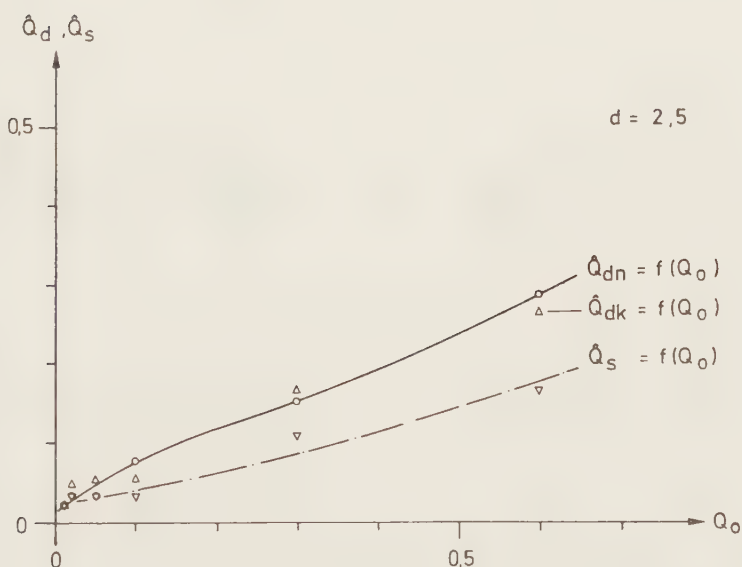


Bild 9-4: Ergebnisse des Zuverlässigkeitstests für
 Datensatz Nr. 25,
 a) mit "MLD für weißes Rauschen",
 b) mit "MLD für farbiges Rauschen".

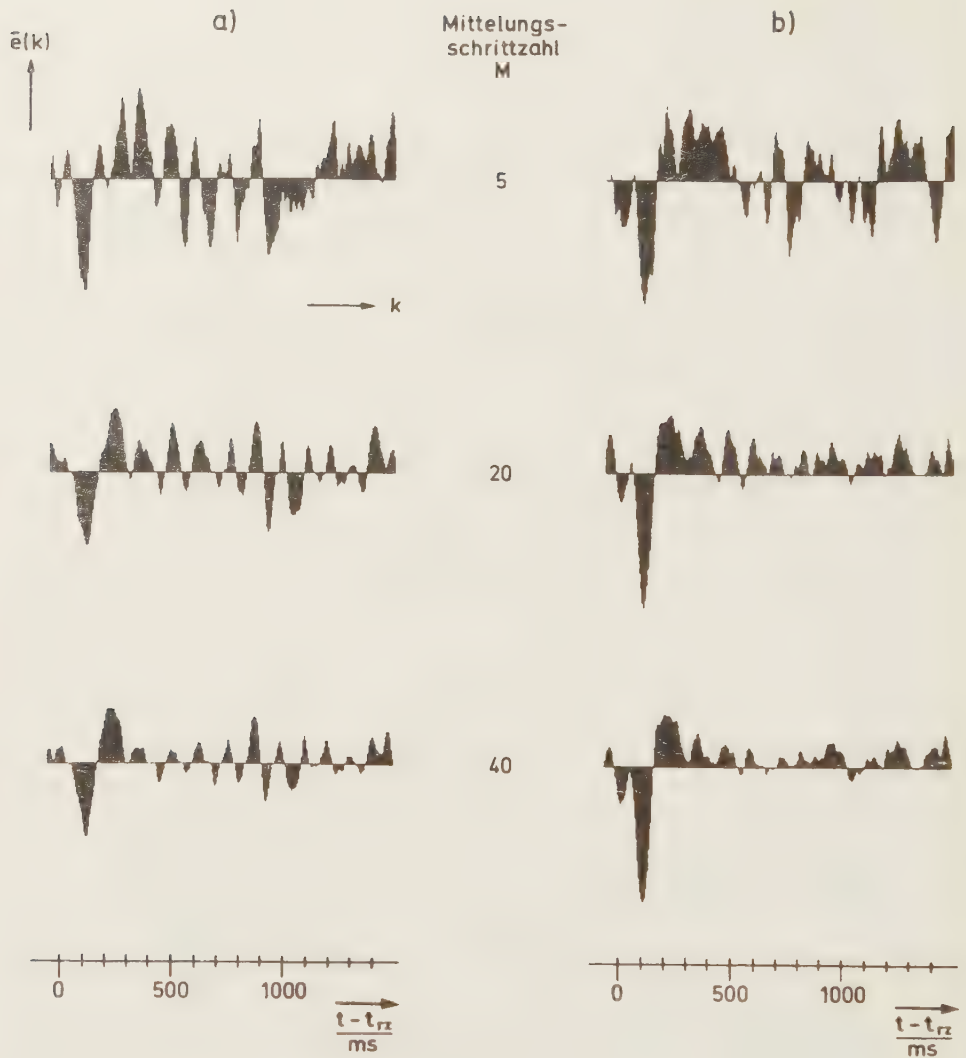


Bild 9-5: Gemittelte evozierte Potentiale vom Datensatz Nr. 40,

- a) bei reizsynchroner Mittelung,
- b) bei "potentialsynchroner" Mittelung nach Korrelationsanalyse mit "MLD für weißes Rauschen".

(Darstellung in relativem, aber für alle Potentiale einheitlichem Maßstab.)

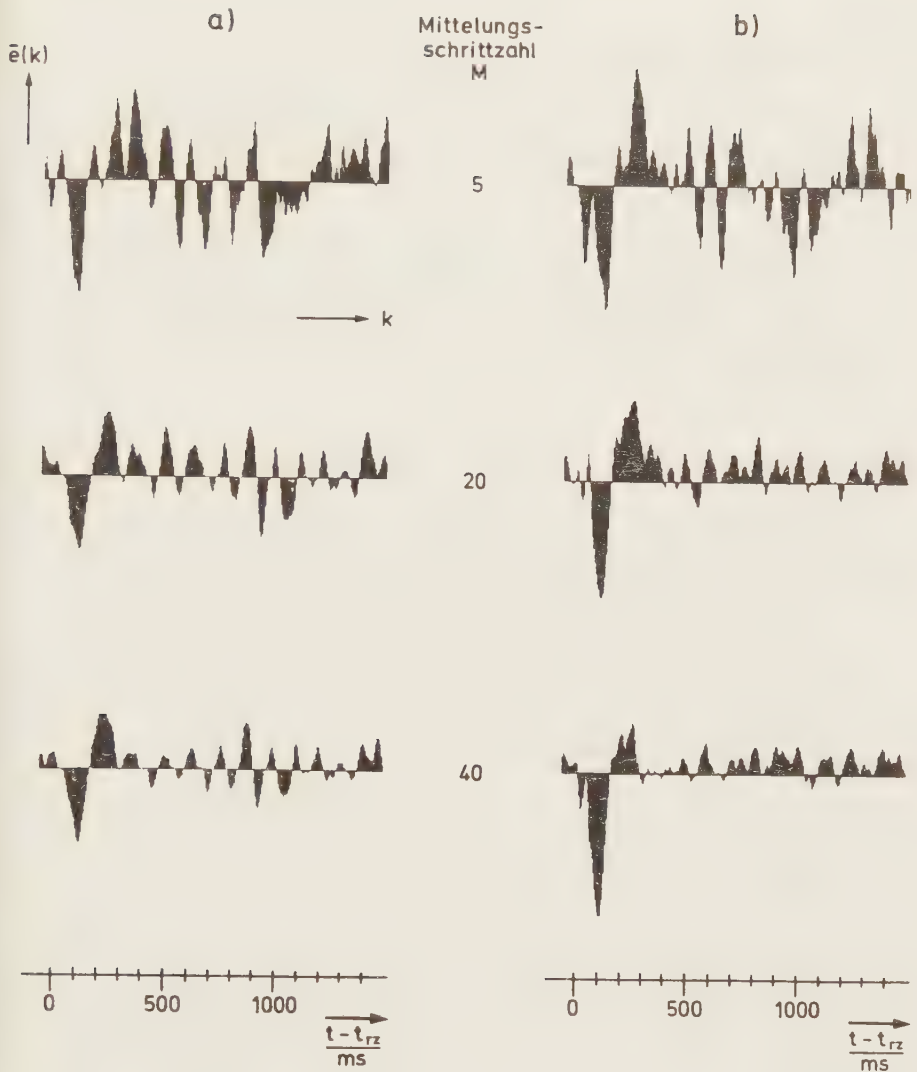


Bild 9-6: Gemittelte evozierte Potentiale vom Datensatz Nr. 40,
a) bei reizsynchroner Mittelung,
b) bei "potentialsynchroner" Mittelung nach Korrelationsanalyse mit "MLD für farbiges Rauschen".
(Darstellung in relativem, aber für alle Potentiale einheitlichem Maßstab.)

9.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Die bei der Verarbeitung aller in Tab. 9-1 genannten Datensätze gewonnenen Ergebnisse können wie folgt zusammengefaßt werden:

- a) Auch bei Verwendung der in Abschn. 9.2 beschriebenen AKF-Schätzwertefolgen blieb der nach Gl. (6-35) berechnete relative Approximationsfehler F , der sich beim Entwurf des "MLD für farbiges Rauschen" ergab, gering. Für alle Datensätze galt:

$$0,0014 \leq F \leq 0,0180 \quad (9-6).$$

- b) Von einzelnen Ausnahmen abgesehen, wurde eine gute bis sehr gute Übereinstimmung zwischen den für die natürlichen und die künstlichen evozierten Potentiale geltenden Empfänger-Arbeitscharakteristiken $\hat{Q}_{dn} = f(Q_o)$ und $\hat{Q}_{dk} = f(Q_o)$ erzielt. Daraus kann geschlossen werden, daß die Grundannahme, das natürliche evozierte Potential und die EEG-Hintergrundaktivität überlagerten sich additiv [Gl. (2-7)], i.a. die realen Verhältnisse recht gut beschreibt.
- c) Die S/R-Verhältnisse d der künstlichen evozierten Potentiale, bei denen die oben genannten Übereinstimmungen erzielt wurden, sind nur wenig mit den Reizintensitäten korreliert, d.h. ein höherer Reizpegel hat nicht automatisch ein höheres S/R-Verh. zur Folge. Letzteres hängt offenbar wesentlich auch noch von anderen Parametern ab (was auch bereits bei anderen Untersuchungen festgestellt wurde /9-3/).
- d) Meistens konnten nur recht kleine Detektionshäufigkeiten $\hat{Q}_d$ erzielt werden. Selbst bei Vorgabe von $Q_o = 0,6$ ergaben sich im Mittel nur folgende Werte von $\hat{Q}_{dn}$:

beim "MLD für weißes Rauschen": 0,34,
beim "MLD für farbiges Rauschen": 0,40 .

In günstigen Fällen konnte aber durch Anwendung des "MLD für farbiges Rauschen" eine beträchtliche Erhöhung von $\hat{Q}_d$ erzielt werden (bis zum sechsfachen der mit dem "MLD für weißes Rauschen" gewonnenen $\hat{Q}_d$ -Werte).

- e) Die Auswertung der Häufigkeitskurven $\hat{Q}_s = f(Q_0)$ der Abweichungen $\Delta\lambda$, welche die Gl. (8-1) erfüllten, zeigte, daß bei hohen Reizintensitäten i.a. eine weitgehend richtige Synchronisation der evozierten Potentiale möglich war, und zwar für alle untersuchten Fehlalarmwahrscheinlichkeiten Q_0 (vgl. Tab. 7-2). Bei kleinen Reizpegeln ($\lesssim 60$ db SPL) dagegen lag die Kurve $\hat{Q}_s = f(Q_0)$ oft erheblich unter dem zugehörigen Detektionshäufigkeits-Verlauf $\hat{Q}_{dk} = f(Q_0)$, d.h. es traten viele unzulässig große Abweichungen $\Delta\lambda$ auf. Meistens galt dies dann für alle Q_0 . Es empfiehlt sich deshalb, zumindest bei Reizpegeln unter ca. 60 db SPL, die Korrelationsanalyse nur zusammen mit dem im Kap. 8 beschriebenen Zuverlässigkeitstest anzuwenden.
- f) Bei der Korrelationsanalyse mit anschließender "potential-synchroner" Mittelung waren bis zur Erkennung des gemittelten evozierten Potentials $\bar{e}(k)$ stets weniger Mittelungsschritte erforderlich als bei der reizsynchronen Mittelung. Nach der Mittelung aller bei der Korrelationsanalyse nicht verworfenen Abschnitte $x_m(k)$ eines Datensatzes (dies waren zwischen 16 und 87), ergab sich immer ein deutlich ausgeprägtes und großes gemitteltes evoziertes Potential $\bar{e}(k)$. Die Differenz der Spitzenwerte P_2 und N_1 (vgl. Bild 5-14a) dieses Potentials betrug im Mittel das 1,85-fache der entsprechenden Differenz des Ergebnisses einer reizsynchronen Mittelung bei derselben Mittelungsschrittzahl. Dabei wurden für beide MLD-Arten im wesentlichen übereinstimmende Ergebnisse erzielt (vgl. Bild 9-5 und 9-6).

10. SCHLUSSBEMERKUNG

In den Kapiteln 7 und 9 wurde nachgewiesen, daß mit dem in Kap. 4 entwickelten MLD eine sinnvolle und in der Praxis vorteilhaft einsetzbare Realisierung der Korrelationsanalyse evozierter Potentiale möglich ist. Es konnte außerdem gezeigt werden, daß sich in vielen Fällen die Detektionshäufigkeit erhöhen läßt, wenn der nach Abschn. 6.2.10 entworfene "MLD für farbiges Rauschen" anstelle des "MLD für weißes Rauschen" angewendet wird. Schließlich wurde durch das in Kap. 8 beschriebene Testverfahren die Abschätzung der Zuverlässigkeit der gewonnenen Ergebnisse ermöglicht.

Zwei zusätzliche Verarbeitungsmöglichkeiten, welche in der vorliegenden Arbeit nicht mehr realisiert werden konnten, von denen aber in vielen Fällen eine weitere Verbesserung der Ergebnisse erwartet werden kann, seien hier noch kurz erwähnt:

- a) Die Anpassung des "MLD für farbiges Rauschen" an den meist nichtstationären Verlauf der EEG-Hintergrundaktivität kann dadurch verbessert werden, daß der MLD für jedes quasistationäre EEG-Segment neu entworfen wird. Für die Unterteilung des EEGs in solche Abschnitte kann die autoregressive Segmentierung (/2-11/ bis /2-13/) angewendet werden. Anhand der Bilder 7-2 bis 7-5 läßt sich bereits abschätzen, welche Detektionshäufigkeiten $\hat{Q}_d$ dabei maximal erreichbar sein dürften; denn diese Bilder gelten für den idealisierten Fall eines stationären Rauschens, von welchem eine AKF-Schätzwertefolge großen Stichprobenumfangs berechnet werden kann.
- b) Die im Bild 8-1 bereits angedeutete Rückführung des gemittelten evozierten Potentials $\bar{e}(k)$ als neues Potentialmodell $\hat{e}(k)$ und eine erneute Verarbeitung desselben Datensatzes dürfte in vielen Fällen eine verbesserte Annäherung des Mittelungsergebnisses $\bar{e}(k)$ an die Kurvenform der verborgenen evozierten Potentiale $e_m(k)$ ermöglichen. Dieses bereits von Woody /1-9/ vorgeschlagene iterative Verfahren hatte

bisher den Nachteil, daß nicht sicher festgestellt werden konnte, ob die Folge der gemittelten evozierten Potentiale $\bar{e}^{(v)}(k)$ bei wachsender Iterationsschrittzahl v tatsächlich gegen das verborgene evozierte Potential $e_m(k)$ konvergiert. Das in Kap. 8 beschriebene Zuverlässigkeitstestverfahren könnte hier eine verbesserte Konvergenzkontrolle ermöglichen.

A N H A N G

11. ABLEITUNG, VORVERARBEITUNG UND SPEICHERUNG VON EEG-DATEN

Alle für die Untersuchungen im Rahmen der vorliegenden Arbeit benötigten EEG-Daten wurden vom Institut für Physiologie und Biokybernetik der Universität Erlangen-Nürnberg zur Verfügung gestellt. Die wichtigsten Versuchsbedingungen bei der Ableitung und Vorverarbeitung der EEGs werden in Abschn. 11.1 angegeben. Die ergänzende Vorverarbeitung der bereits digitalisierten EEG-Daten, die an der Rechenanlage DEC PDP 11/45 des Instituts für Nachrichtentechnik der Universität Erlangen-Nürnberg durchgeführt wurde, wird in Abschn. 11.2 beschrieben.

11.1 Ableitung, Verstärkung, Filterung und Abtastung von EEGs

Die verwendeten EEGs wurden mit einer Beschallungs- und Registrieranlage, deren Blockschaltbild in Bild 2-1 dargestellt ist, abgeleitet, digitalisiert und auf Magnetband aufgezeichnet /2-4/, /11-1/. Die wichtigsten Versuchsbedingungen dabei waren:

Umgebungsbedingungen: schalltoter und elektrisch abgeschirmter Raum, wahlweise ohne oder mit Beleuchtung.

Verhalten der Versuchspersonen: in wachem Zustand entspannt sitzend.

EEG-Ableitung: einkanalig, Vertex gegen Mastoid, Masse am ipsilateralen Ohr läppchen, Ableitung mit Beckmann-Sinterelektroden.

Vorverstärker: Tektronix 122, Eckfrequenzen $f_{e_u} = 0,8 \text{ Hz}$
und $f_{e_o} = 250 \text{ Hz}$.

Analogfilter: Rockland 1022 F, RC-Tiefpaß, Eckfrequenz
 $f_e = 110 \text{ Hz}$, Dämpfungsanstieg 48 dB/Oktave .

Abtastfrequenz: $f_a = 250 \text{ Hz}$.

Quantisierung: 10 Bit linear.

Die Eigenschaften der ggf. applizierten Reizsignale waren sehr unterschiedlich; sie werden deshalb bei jeder Untersuchung gesondert angegeben.

Die Wahl einer Eckfrequenz des Analogfilters von 110 Hz war bei der verwendeten Abtastfrequenz von 250 Hz nur in Verbindung mit der Anwendung des im Abschn. 11.2 beschriebenen zeitdiskreten Tiefpasses zulässig. Dies wird in dem genannten Abschnitt begründet.

Die digitalisierten EEG-Daten wurden für den Transport zum Institut für Nachrichtentechnik in verschiedener Weise gespeichert, entweder

a) als fortlaufende Folge von EEG-Abtastwerten, wobei die Folge der Reiztriggerimpulse auf einer zeitsynchronen zweiten Spur aufgezeichnet war,

oder

b) in Form von digitalisierten EEG-Abschnitten, beginnend jeweils mit dem Registrierungstrigger-Zeitpunkt t_{reg} (vgl. Bild 2-1).

11.2_Vorverarbeitung_zeitdiskreter_EEG-Daten

Die an der Rechenanlage PDP 11/45 durchgeführte weitere Vorverarbeitung der diskretisierten EEG-Daten bestand aus

- α) einer Filterung mit einem zeitdiskreten Tiefpaß (in Gleitkomma-Arithmetik),
- β) einer Abtastratenreduktion und
- γ) einer Speicherung in Form von EEG-Abschnitten mit festgelegter Struktur, wobei die Gesamtheit aller Abschnitte einer Registrierung einen Datensatz bildete.

Für die unter α) genannte Filterung wurde ein nichtrekursiver zeitdiskreter Tiefpaß verwendet, der folgende Daten aufwies:

Filtergrad: 126.

Approximation: Tschebyscheff (im Durchlaß- und Sperrbereich) /11-2/.

Durchlaßbereich: $|f| \leq 0,16 f_a$ (periodisch mit Periode f_a).

Sperrbereich: $0,2 f_a \leq |f| \leq 0,5 f_a$ (periodisch mit Periode f_a).

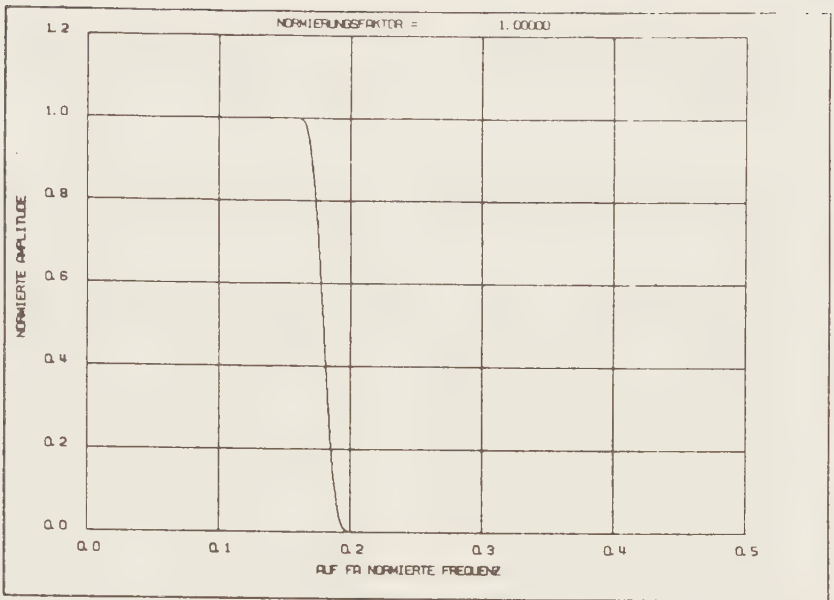
Frequenzgang im Durchlaßbereich: $0,9999 < |H(f)| < 1,0001$.

Frequenzgang im Sperrbereich: $|H(f)| < 3,55 \cdot 10^{-5} \hat{=} -89 \text{ db}$.

Phasengang: linear.

Bild 11-1 zeigt den Frequenzgang und den Dämpfungsgang dieses Filters.

a)



b)

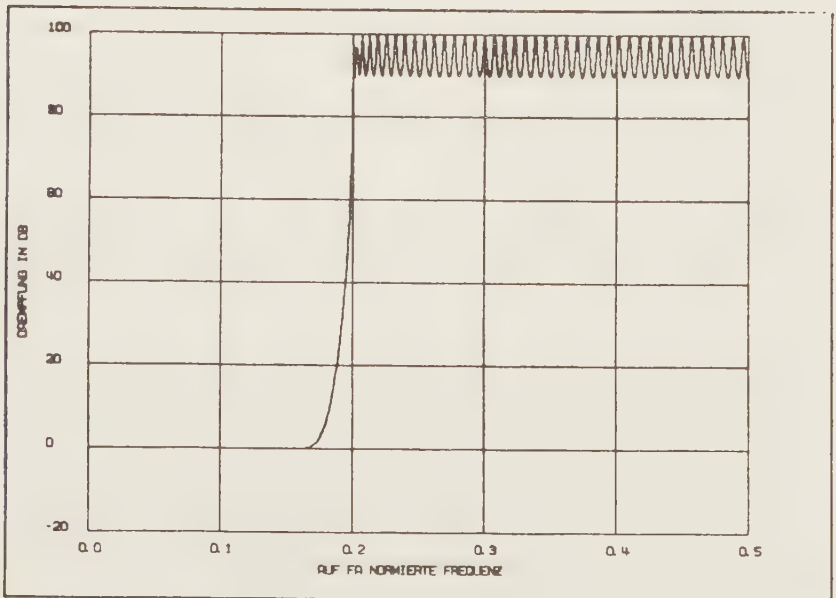


Bild 11-1: Zeitdiskreter Tiefpaß:
a) Frequenzgang; b) Dämpfungsgang.

Nun kann begründet werden, warum bei der Analogvorfilterung die im Vergleich zur Abtastfrequenz von 250 Hz relativ hohe Eckfrequenz $f_e = 110$ Hz gewählt werden durfte:

Wegen der hohen Dämpfung des zeitdiskreten Tiefpasses bei Frequenzen oberhalb von 50 Hz konnte eine Rückfaltung von Spektralanteilen ("aliasing" - z.B. /4-6/, /4-7/) bis zur Sperr-Grenzfrequenz $f_g = 50$ Hz zugelassen werden. Dies bedeutet, daß das Analogfilter die für die Vorfilterung von EEGs als ausreichend angesehene Dämpfung von ≥ 40 db erst bei $f \geq 200$ Hz aufweisen mußte. Diese Forderung wurde bei einer Eckfrequenz $f_e = 110$ Hz erfüllt. Weil das EEG oberhalb von 200 Hz nur noch sehr geringe Spektralanteile enthält, waren nach der Analog-Vorfilterung die Frequenzanteile, welche in den Durchlaßbereich des zeitdiskreten Tiefpasses zurückgefaltet wurden, vernachlässigbar.

Nach der Filterung wurde die Verzögerung des zeitdiskreten Tiefpasses durch Verschieben der Ausgangsfolge kompensiert. Danach verblieben 63 Abtastwerte zu Beginn jedes Datenabschnittes, die durch den Einschwingvorgang dieses Tiefpasses verfälscht waren. Diese Werte wurden in den in Abschn. 11.1 unter a) und b) genannten Fällen unterschiedlich behandelt:

- a) Lag fortlaufendes diskretisiertes EEG vor, so trat der Einschwingvorgang nur einmal zu Beginn jeder Registrierung auf. Die verfälschten Abtastwerte wurden in diesem Fall verworfen.
- b) Lag das diskretisierte EEG abschnittsweise vor, so wäre bei der getrennten Filterung jedes Abschnitts jedesmal ein Einschwingvorgang aufgetreten. Die Verwerfung der beeinträchtigten Abtastwerte hätte den Stichprobenumfang für die Autokorrelationsberechnung auf die Hälfte verringert; denn das verwendete FFT-Programm erforderte Eingangsfolgen, deren Länge in Zweierpotenzen gestuft war. Um wenigstens die statistischen Eigenschaften der Werte am Anfang jedes EEG-Abschnitts möglichst unverändert zu erhalten, wurde eine fortlaufende Filterung wie folgt

simuliert: Jeder EEG-Abschnitt $x_m(k)$ der Länge J wurde dreimal hintereinandergesetzt, d.h. es wurde ein Abschnitt

$$x_{mf}(k) = \begin{cases} x_m(k+J) & \text{für } -J \leq k \leq -1 \\ x_m(k) & \text{für } 0 \leq k \leq J-1 \\ x_m(k-J) & \text{für } J \leq k \leq 2J-1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (11-1)$$

gebildet. Nach der Filterung von $x_{mf}(k)$ und der Kompensation der Verzögerung wurden aber nur die Abtastwerte bei $k = 0, 1, \dots, J-1$ weiterverwendet. Es zeigte sich, daß evtl. auftretende Sprünge an den Abschnittsgrenzen durch die Tiefpaßfilterung genügend stark eingeebnet wurden. Die Werte am Abschnittsanfang konnten deshalb für die AKF-Berechnung verwendet werden.

Nach der Filterung mit dem zeitdiskreten Tiefpaß wurde die Abtastfrequenz der EEG-Daten auf $f_a = 125$ Hz reduziert.

11.3 Speicherung von Test- und Originaldaten für die Verarbeitung mit dem MLD

Die Test- bzw. Originaldaten (EEGs mit verborgenen evozierten Potentialen) wurden zur Verarbeitung mit dem MLD in der folgenden Weise angeordnet und im Rechner PDP 11/45 abgespeichert:

Jeweils 512 Abtastwerte, diskretisiert mit $f_a = 125$ Hz, bildeten einen Datenabschnitt im Speicher. Jeder Abschnitt wurde auf verschwindenden linearen Mittelwert $\overline{r_{1m}}(k)$ normiert. Aus rechentechnischen Gründen erwies sich eine Unterteilung jedes Abschnitts in 4 Blöcke zu je 128 Abtastwerten als vorteilhaft.

Bild 11-2 zeigt einen solchen Datenabschnitt.

Dabei sind vier Fälle zu unterscheiden:

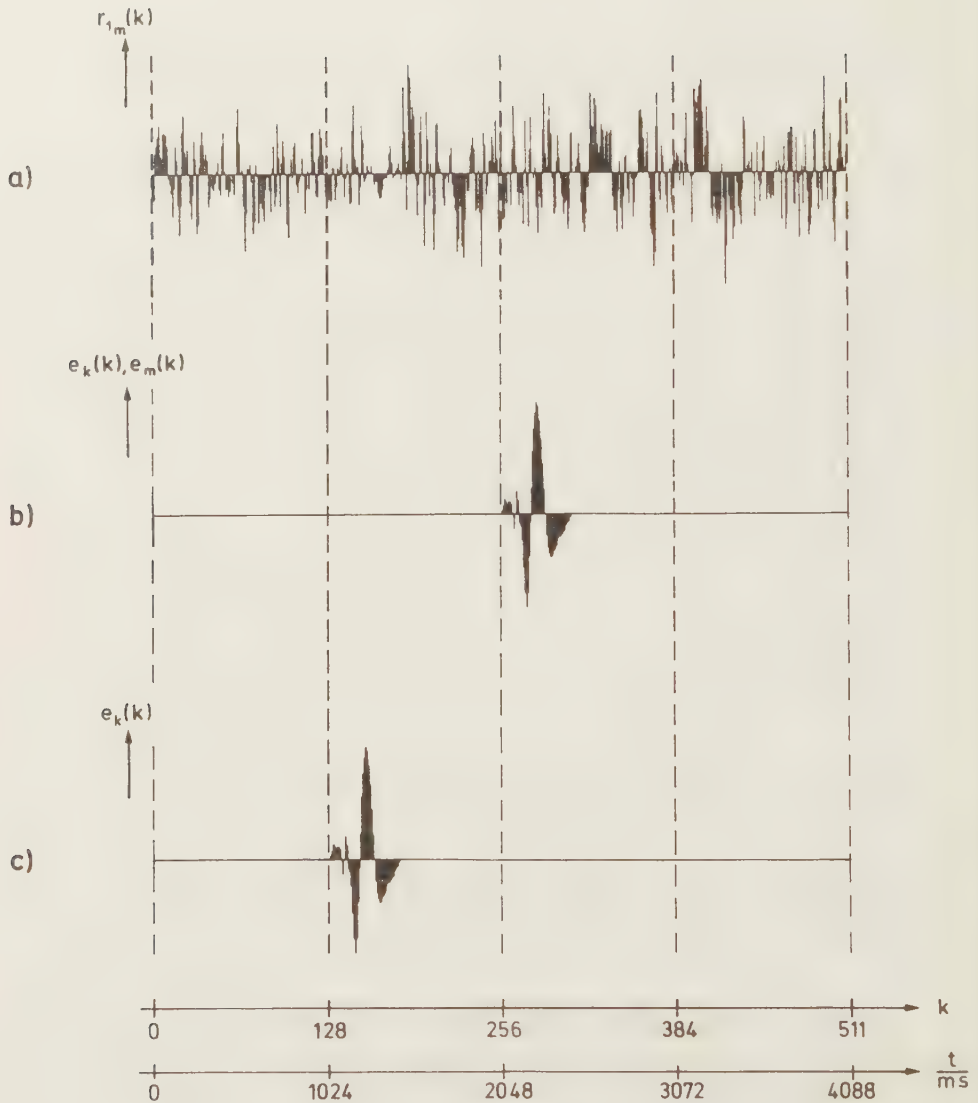


Bild 11-2: Speicherung von Test- und EEG-Daten:

- a) ein EEG-Abschnitt, unterteilt in 4 Blöcke;
- b) natürliches oder künstliches evoziertes Potential allein;
- c) künstliches evoziertes Potential zusätzlich zum natürlichen Potential.

- α) Sollte Rauschen bzw. Hintergrund-EEG allein verarbeitet werden, so wurde es (wenn es nicht schon abschnittsweise vorlag) fortlaufend in Abschnitte unterteilt (Bild 11-2a).
- β) War ein natürliches evoziertes Potential $e_m(k)$ im EEG verborgen, so wurde die Unterteilung so vorgenommen, daß der Reiztriggerzeitpunkt t_{RZ} (vgl. Bild 2-1) mit dem Beginn des dritten Blockes ($k = 256$) zusammenfiel (Bild 11-2a und b).
- γ) Wenn kein natürliches evoziertes Potential $e_m(k)$ vorhanden war, aber ein künstliches evoziertes Potential $e_k(k)$ addiert werden sollte, so wurde der Reiztrigger-Zeitpunkt für letzteres ebenfalls auf den Beginn des dritten Blockes gelegt. (Bild 11-2a und b). Eine ggf. zu berücksichtigende künstliche Zeitverschiebung um $\lambda_m \neq 0$ wurde durch entsprechend zeitverschobene Addition des Potentialmodells realisiert.
- δ) Sollte ein künstliches evoziertes Potential zusätzlich zu einem bereits vorhandenen natürlichen evozierten Potential addiert werden, so wurde als Reiztriggerzeitpunkt für ersteres der Beginn des zweiten Blocks ($k = 128$) festgelegt (Bild 11-2a, b und c).

L I T E R A T U R V E R Z E I C H N I S

- /1-1/ Berger, H.:
Über das Elektroenzephalogramm des Menschen.
Arch. Psychiatr. Nervenkr. 87 (1929), 527-570.
- /1-2/ Keidel, W.D.:
The physiological background of the electric
response audiometry.
Volume 5, Part 3 in: Keidel, W.D.; Neff, W.D.(Ed.):
Handbook of sensory physiology. Springer-Verlag,
Berlin 1976.
- /1-3/ Spreng, M.:
AER-review emphasizing the temporal component (A II)
and stimulus-induced timing of primary inhibited
elements.
Erscheint demnächst in Scandinavian Audiology (1979),
Supplement 9.
- /1-4/ Sayers, B.McA.; Beagley, H.A.; Henshall, W.R.:
The mechanism of auditory evoked EEG responses.
Nature 247 (1974), 481-483.
- /1-5/ Keidel, W.D. (Ed.):
Physiologie des Gehörs.
Thieme-Verlag, Stuttgart 1975.
- /1-6/ Spreng, M.:
Langsame Rindenpotentiale, objektive Audiometrie
und Psychoakustik.
In /1-5/.
- /1-7/ Keidel, W.D.:
Informationsverarbeitung.
In: Keidel, W.D. (Ed.): Kurzgefaßtes Lehrbuch der
Physiologie; 2. Auflage. Thieme-Verlag, Stuttgart 1970.

- /1-8/ Keidel, W.D.; Spreng, M.:
Computed audio-encephalograms in man (a technique
of "objective" audiometry).
Int. Audiology 4 (1965), 56-60.
- /1-9/ Woody, C.D.:
Characterization of an adaptive filter for the
analysis of variable latency neuroelectric signals.
Med. & Biol. Engng. 5 (1967), 539-553.
- /1-10/ Steeger, G.:
Simulation eines adaptiven digitalen Filters mit
endlicher Impulsantwort zur Messung akustisch evo-
zierter Potentiale im EEG.
Diplomarbeit am Institut für Nachrichtentechnik der
Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen 1974.
Nachgedruckt als Arbeitsbericht D4-5 des Interdis-
ziplinären Modells DORA der Universität Erlangen-
Nürnberg, Erlangen 1974 (Nr. RN 2138 in der Techn.
Informationsbibliothek Hannover).
- /1-11/ Wastell, D.G.:
Statistical detection of individual evoked responses:
an evaluation of Woody's adaptive filter.
Electroenceph. clin. Neurophysiol. 42 (1977), 835-839.
- /1-12/ Spreng, M.; Keidel, W.D.:
Problems of simple averaging of electro-physiological
recordings and the use of additional methods.
Rev. Laryng., Supplementum 1971, 722-738.
- /1-13/ Spreng, M.:
Zusatzmethoden zur Verbesserung der Aussagekraft ge-
mittelter evozierter Potentiale.
Zeitschr. EEG-EMG 3 (1972), 49-56.
- /1-14/ Spreng, M.:
Detection of influence of latency variability upon
the averaged evoked responses.

Int. Audiology 9 (1970), 304-308.

- /1-15/ Engel, R; Young, N.B.:
Calibrated pure tone audiograms in normal neonates
based on evoked electroencephalographic responses.
Neuropädiatrie 1(1969), 149-160.
- /2-1/ Helstrom, C.W.:
Statistical theory of signal detection; 2nd Edition.
Pergamon Press, Oxford 1968.
- /2-2/ van Trees, H.L.:
Detection, estimation, and modulation theory;
part I.
J. Wiley & Sons, New York 1968.
- /2-3/ Winkler, G.:
Stochastische Systeme, Analyse und Synthese.
Akademische Verlagsgesellschaft, Wiesbaden 1977.
- /2-4/ Spreng, M.; Lederer, P.; Stojan, W.:
EEG-Datenerfassung, Verarbeitung und Bildschirm-
darstellung mit den Rechnern PDP 12 und PDP 15.
Arbeitsbericht D4-2 des Interdisziplinären Modells
DORA, I. Physiologisches Institut der Universität
Erlangen-Nürnberg 1972 (Nr. RN 2138 in der Techn.
Informationsbibliothek Hannover).
- /2-5/ Dawson, G.D.:
Cerebral responses to electrical stimulation of
peripheral nerve in man.
J. Neurol. Neurosurg. Psychiat. 10 (1947), 134-140.
- /2-6/ Papoulis, A.:
The Fourier integral and its applications.
McGraw Hill, New York 1962.

- /2-7/ Finkenzeller, P.:
Die Mittelung von Reaktionspotentialen.
Kybernetik 6 (1969), 22-44.
- /2-8/ Steeger, G.; Reinhardt, J.:
Ein Mittelwertrechner für reizausgelöste neuroelek-
trische Signale variabler Latenz.
Biomed. Techn. 22 (1977), 68-74.
- /2-9/ McEven, J.A.; Anderson, G.B.:
Modeling the stationarity and Gaussianity of spontaneous
electroencephalographic activity.
IEEE Transact. on Biomed. Engng., BME-22 (1975), 361-369.
- /2-10/ Persson, J.:
Comments on "Modeling the stationarity and Gaussianity
of spontaneous electroencephalographic activity".
IEEE Transact. on Biomed. Engng., BME-24 (1977), 302.
- /2-11/ Bodenstein, G.; Praetorius, H.M.:
Feature extraction from the electroencephalogram by
adaptive segmentation.
Proc. IEEE 65 (1977), 642-652.
- /2-12/ Bodenstein, G.:
Analyse bioelektrischer Hirnaktivität.
Dissertation, Universität Göttingen 1976.
- /2-13/ Praetorius, H.M.:
Mustererkennung von stochastischen Signalen, behandelt
am Beispiel von bioelektrischen und geophysikalischen
Aufzeichnungen.
Dissertation, Universität Göttingen 1976.
- /2-14/ Pieper, U.; Henning, G.:
Untersuchung zur Effektivität der Averaging-Methode
beim Nachweis evozierter Potentiale.
Tagungsband des 21. Internat. Wiss. Kolloquiums der
Techn. Hochschule Ilmenau, DDR, 1976, 219-222.

- /2-15/ von Specht, H.; Kevanishvili, Z.S.:
The reliability of averaging technique in registration
of slow auditory evoked potentials in man.
Arch. Oto-Rhino-Laryng. 214 (1977), 185-190.
- /2-16/ Wiener, N.:
Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary
time series.
M.I.T. Press, Cambridge, Mass. 1964.
- /2-17/ Schlitt, H.:
Systemtheorie für regellose Vorgänge.
Springer-Verlag, Berlin 1960.
- /2-18/ Kalman, R.E.:
A new approach to linear filtering and prediction
theory.
J. of Basic Engineering 82D (1960), 35-45.
- /2-19/ Kalman, R.E.; Bucy, R.S.:
New results in linear filtering and prediction theory.
J. of Basic Engineering 83D (1961), 95-108.
- /2-20/ Maresch, H.:
Anwendung von Optimalfiltern und Methoden der Wahr-
scheinlichkeitsrechnung zur Verbesserung des Signal-
Störabstandes und zur statistischen Untersuchung von
evozierten Potentialen.
Dissertation, Technische Universität Graz 1977.
- /2-21/ Walter, D.O.:
A posteriori "Wiener-filtering" of average evoked
responses.
Electroenceph. clin. Neurophysiol. 27 (1968), Supplement,
61-70.
- /2-22/ Nogawa, T.; Katayama, K.; Tabata, Y.; Kawahara, T.;
Ohshio, T.:
Visual evoked potentials estimated by "Wiener filtering".

Electroenceph. clin. Neurophysiol. 35 (1973), 375-378.

- /2-23/ Krishman, R.K.; Tuteur, F.B.:
Statistical filtering of EEG individual responses.
Electroenceph. clin. Neurophysiol. 37 (1974), 104.
- /2-24/ Sommer, T.J.:
Entwicklung und Untersuchung von umschaltbaren Optimal-
filtern zur Verbesserung der Registrierung gemittelter
evozierter Hirnrindenpotentiale.
Arbeitsbericht D4-3 des Interdisziplinären Modells
DORA, I. Physiologisches Institut der Universität
Erlangen-Nürnberg 1974 (Nr. RN 2138 in der Techn.
Informationsbibliothek Hannover).
- /2-25/ Doyle, D.J.:
Some comments on the use of Wiener filtering for the
estimation of evoked potentials.
Electroenceph. clin. Neurophysiol. 38 (1975), 533-534.
- /2-26/ Ungan, P.; Basar, E.:
Comparison of Wiener filtering and selective averaging
of evoked potentials.
Electroenceph. clin. Neurophysiol. 40 (1976), 516-520.
- /2-27/ Hartwell, J.W.; Erwin, C.W.:
Evoked potential analysis:
on-line signal optimization using a mini-computer.
Electroenceph. clin. Neurophysiol. 41 (1976), 416-421.
- /2-28/ McGillem, C.D.; Aunon, J.I.:
Measurements of signal components in single visually
evoked brain potentials.
IEEE Transact. on Biomed. Engineering, BME-24 (1977),
232-241.
- /2-29/ Maresch, H.; Pfurtscheller, G.; Schuy, S.:
Optimalfilterung einzelner evozierter Potentiale im
Sequenzbereich.

Biomed. Techn. 23 (1978), Ergänzungsband, 34.

- /2-30/ Schüßler, W.:
Über den Entwurf optimaler Suchfilter.
NTZ 17 (1964), 605-613.
- /2-31/ Meder, H.G.; Ott, N.; Schmitt, H.G.:
Erkennung akustisch evozierter Potentiale im Elektro-
enzephalogramm mit Hilfe signalangepaßter digitaler
Filter.
Tagungsband der NTG-Fachtagung "Signalverarbeitung"
Erlangen, 4.-6.4.1973, 169-178.
- /2-32/ Jäger, G.:
Untersuchungen zu Meß- und Auswerteverfahren bei der
objektiven Audiometrie.
Dissertation, Fakultät für Datenverarbeitung der
Technischen Universität Dresden 1974.
- /2-33/ David, E.; Finkenzeller, P.; Kallert, S.; Keidel, W.D.:
Korrelationsanalyse von gemittelten und ungemittelten
evozierten Potentialen.
Kybernetik 9 (1971), 22-26.
- /2-34/ Pfurtscheller, G.; Cooper, R.:
Selective averaging of the intracerebral click evoked
responses in man: an improved method of measuring
latencies and amplitudes.
Electroenceph. clin. Neurophysiol. 38 (1975), 187-190.
- /2-35/ Pfurtscheller, G.:
Die Bewertung einzelner kortikaler Reizantworten mittels
Computer.
Meth. Inform. Med. 11 (1972), 113-118.
- /2-36/ Schuy, S.; Pfurtscheller, G.:
Neue Möglichkeiten der Signal-Störverbesserung durch
additive Mittelung ausgewählter reizsynchroner EEG-
Muster.

Biomed. Techn. 18 (1973), 28-30.

- /2-37/ Woody, C.D.; Nahvi, M.J.:
Application of optimum linear filter theory to the
detection of cortical signals preceding facial move-
ment in cat. Exp. Brain Res. 16 (1973), 455-465.
- /2-38/ Nahvi, M.J.; Woody, C.D.; Ungar, R.; Sharafat, A.R.:
Detection of neuroelectric signals form multiple data
channels by optimum linear filter method.
Electroenceph. clin. Neurophysiol. 38 (1975), 191-198.
- /2-39/ Wald, A.:
Sequential Analysis.
J. Wiley & Sons, New York 1947.
- /4-1/ Hengst, M.:
Einführung in die mathematische Statistik und ihre
Anwendung.
BI-Hochschultaschenbuch 42/42a, Bibliographisches
Institut Mannheim 1967.
- /4-2/ Rice, S.O.:
The mathematical analysis of random noise. Bell
Syst. Tech. J. 23 (1944), 282.
- /4-3/ Beckmann, P.: Probability in communication engineering.
Harcourt, Brace & World, New York 1967.
- /4-4/ Abramowitz, M.; Stegun, I.A. (Ed.):
Handbook of mathematical functions.
Dover Publications, New York 1965.
- /4-5/ Schüßler, H.W.:
Digitale Systeme zur Signalverarbeitung.
Springer-Verlag, Berlin 1973.

- /4-6/ Oppenheim, A.V.; Schafer, R.W.:
Digital signal processing.
Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1975.
- /4-7/ Rabiner, L.R.; Gold, B.:
Theory and application of digital signal processing.
Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 1975.
- /4-8/ Doetsch, G.:
Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplace-Transformation und der Z-Transformation; 3. Auflage.
Oldenbourg-Verlag, München 1967.
- /5-1/ Jenkins, G.M.; Watts, D.G.:
Spectral analysis and its applications.
Holden Day, San Francisco 1968.
- /5-2/ Rader, C.M.; Rabiner, L.R.; Schafer, R.W.:
A fast method of generating digital random numbers.
Bell. Syst. Techn. J. 49 (1970), 2303-2310.
- /5-3/ Reuther, K.H.:
Entwurf und Aufbau eines digitalen Rauschgenerators.
Diplomarbeit, Institut für Nachrichtentechnik der
Universität Erlangen-Nürnberg 1975.
- /5-4/ Digital Equipment Corporation, Maynard, Mass., USA:
DOS/BATCH FORTRAN Compiler and object time system,
programmer's manual, V 09, Aug. 1973.
- /5-5/ Richter, H.:
Wahrscheinlichkeitstheorie.
Springer-Verlag, Berlin 1956.

- /5-6/ Papoulis, A.:
Minimum-bias windows for high resolution spectral estimates.
IEEE Transact. on Inform. Theory, IT-19 (1973), 9-12.
- /5-7/ Rader, C.M.:
An improved algorithm for high speed autocorrelation with applications to spectral estimation.
IEEE Transact. on Audio and Electroacoust., AU-18, (1970), 439-441.
Nachgedruckt in: Rabiner, L.R.; Rader, C.M. (Ed.): Digital signal processing, IEEE Press, New York 1972, 339-341.
- /5-8/ Dehner, G.F.:
Persönliche Mitteilung.
Erlangen 1978.
- /6-1/ Burrus, C.S.; Parks, T.W.:
Time domain design of recursive digital filters.
IEEE Transact. on Audio and Electroacoust., AU-18 (1970), 137-141.
- /6-2/ Luenberger, D.G.:
Optimization by vector space methods.
J. Wiley & Sons, New York 1969.
- /6-3/ Grenander, U. und Szegő, G.:
Toeplitz forms and their applications.
University of California Press, Berkeley, Calif. 1958.
- /6-4/ Trench, W.F.:
Weighting coefficients for the prediction of stationary time series from the finite past.
J. Soc. Indust. Appl. Math. (SIAM) 15 (1967), 1502-1510.

- /6-5/ Zohar, S.:
The solution of a Toeplitz set of linear equations.
J. Ass. Comput. Mach. 21 (1974), 272-276.
- /6-6/ Fuchs, U.:
Entwicklung und Aufbau eines 16-Bit-Mikrorechners
mit integriertem 16x16-Bit Multiplizierer auf der
Basis des AM 2901.
Diplomarbeit am Lehrstuhl für Nachrichtentechnik
der Universität Erlangen-Nürnberg, Erlangen 1978.
- /6-7/ Cooley, J.W.; Lewis, P.A.W.; Welch, P.D.:
The fast Fourier transform: programming considerations
in the calculation of sine, cosine, and Laplace trans-
forms.
J. Sound Vib. 12 (1970), 315-337. Nachgedruckt in:
Rabiner, L.R.; Rader, C.M. (Ed.): Digital signal pro-
cessing. IEEE Press, New York 1972, 271-293.
- /6-8/ Rino, C.L.:
The inversion of covariance matrices by finite Fourier
transforms.
IEEE Transact. on Inform. Theory, IT-16 (1970), 230-232.
- /6-9/ Ekstrom, M.P.:
An iterative-improvement approach to the numerical
solution of vector Toeplitz systems.
IEEE Transact. on Computers, C-23 (1974), 320-325.
- /6-10/ Jain, A.K.:
Fast inversion of banded Toeplitz matrices by circular
decompositions.
IEEE Transact. on Acoustics, Speech and Signal Proces-
sing, ASSP-26 (1978), 121-126.
- /6-11/ De Meersman, R.; de Voogd, N.: An algorithm for the
computation of optimum-lag spiking filters.
AEÜ 28 (1974), 375-379.

- /6-12/ Levinson, N.: The Wiener RMS error criterion in filter design and prediction.
J. Math. Phys. 25 (1947), 261-278. Nachgedruckt als "appendix B" in /2-16/.
- /6-13/ Simpson, S.M.; Robinson, E.A.; Wiggins, R.A.; Wunsch, C.I.:
Studies in optimum filtering of single and multiple stochastic processes.
Sci.Rept.7, Contract AF 19 (604) 7378, M.I.T., Cambridge, Mass. 1963.
- /6-14/ Gold, B.; Rader, C.M.:
Digital processing of signals.
McGraw Hill, New York 1969.
- /7-1/ Yuen, C.K.:
A comparison of five methods for computing the power spectrum of a random process using data segmentation.
Proc. IEEE 65 (1977), 984-986.
- /9-1/ Spreng, M.:
Persönliche Mitteilung,
Erlangen 1976.
- /9-2/ Spreng, M.; Young, N.B.:
Verwendung computergenerierter Vokale für die objektive Audiometrie.
Zeitschr. Hörgeräte-Akustik 17 (1978), 162-174.
- /9-3/ Kobal, G.:
Persönliche Mitteilung,
Erlangen 1978.

/11-1/ Kobal, G.:

Persönliche Mitteilung,
Erlangen 1977.

/11-2/ Parks, T.W.; McClellan, J.H.:

A program for the design of linear phase finite
impulse response digital filters.
IEEE Transact. on Audio and Electroacoust.,
AU-20 (1972), 195-199.

L e b e n s l a u f

Gerhard H. Steeger

4.7.1947	geboren in Fürth/Bay.
1953-1959	Volksschule in Nürnberg
1959-1963	Gewerbemittelschule Nürnberg, Abschluß mit Mittlerer Reife
1963-1965	Fernmeldepraktikant bei der Deutschen Bundespost
1965-1966	Postfacharbeiter bei der Bundespost
1966-1969	Studium der Elektrotechnik (Nachrichtentechnik) am Ohm-Polytechnikum Nürnberg, Abschluß mit Staatl. Ingenieurprüfung und fachgebundener Hochschulreife
1969	Entwicklungsingenieur bei Fa. Metz, Fürth
1969-1974	Studium der Elektrotechnik an der Universität Erlangen-Nürnberg
1974	Abschluß des Studiums mit Diplomarbeit am Institut für Nachrichtentechnik
seit 1974	wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Nachrichtentechnik der Universität Er- langen-Nürnberg

Gerhard Steeger

Copy - Center 2000

852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30
Tel. 09131 - 26197